

Die Vektor- und Universalintegratoren von Hermann Föttinger

Joachim Fischer¹

An den bedeutenden Hydrodynamiker Hermann Föttinger (* 9.2.1877 in Nürnberg, † 28.4.1945 in Berlin) erinnert u. a. das nach ihm benannte Getriebe, für das er – 28-jährig – im Jahr 1905 das grundlegende Patent² DE 221422 erhielt (ein frühes von insgesamt über 100 Patenten Föttingers). 1909 wurde Föttinger auf den Lehrstuhl für Schiffsmaschinenbau an der TH Danzig berufen; 1924 wechselte er auf den ersten deutschen Lehrstuhl für Allgemeine Strömungslehre und Turbomaschinen an die TH Charlottenburg, den er bis zu seinem Tod im April 1945 innehatte.³ Die vielfältigen wissenschaftlichen Aktivitäten Föttingers und seine Bedeutung für Hydrodynamik und Maschinenbau können und sollen hier nicht geschildert werden; vielmehr wird das Augenmerk auf einen eher als "kurzer Ausflug in andere Gefilde" zu bezeichnenden Teil seines Schaffens gelenkt, der ihn in den 1920er Jahren in das Gebiet der Mathematischen Instrumente und hier insbesondere zu den Mechanischen Integrierinstrumenten führte. Föttingers spätestens Anfang der 1910er Jahre begonnene Untersuchungen über hydraulische Strömungsfelder (ursprünglich ausgehend von einer Wirbeltheorie des Schiffspropellers) lieferten auf Integrale, die bei der punktweisen Berechnung ausgewählter Feldfunktionen eines vorgegebenen Vektorfeldes auftraten. In diesem Zusammenhang entwickelte Föttinger, da keine für seine speziellen Zwecke geeigneten Geräte kommerziell verfügbar waren, zwischen etwa 1922 und 1928 eine Reihe von mathematischen Instrumenten – die von ihm *Vektorintegratoren* genannten Instrumente oder Maschinen –, die er sich mit Patent DE 426198 (gültig ab 2. Mai 1924, ausgegeben am 6. März 1926) auch patentieren ließ. Denn "[d]a die wirkliche Ausrechnung dieser Funktionen sowohl analytisch wie graphisch äußerst mühselig ist, sucht die vorliegende Erfindung dies durch eine Maschine zu erledigen" (DE 426198, S. 2, Zeilen 41-44). Mit diesen Instrumenten – denn es handelt sich um eine ganze Reihe davon – werden sich die folgenden Zeilen befassen.

Ohne zu sehr in physikalische Details einzusteigen, handelt es sich bei Föttingers Problemen letztlich darum, eine auf einen Aufpunkt P bezogene Ortsfunktion K (üblicherweise ein skalares Feld) mit einer differentiellen oder Elementarquellstärke dQ zu multiplizieren – wobei diese Quellstärkebelegung für jeden Punkt der Konturfläche eines von einem Fluid umströmten Körpers gegeben ist – und diese Produkte über die gesamte Konturfläche zu

¹ Prof. Dr. Joachim Fischer, Zentrum Mathematik der TU München und Ernst von Siemens Kunststiftung, Wittelsbacherplatz 2, D-80333 München.

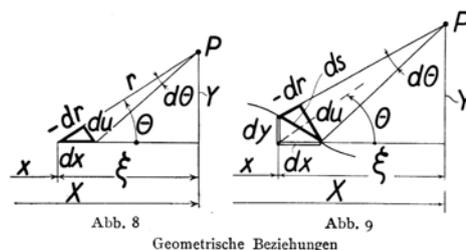
² Deutsche Patente, auch solche, die von 1877 bis 1945 üblicherweise als DRP (Deutsches Reichspatent) bezeichnet und zitiert werden, sind hier der modernen elektronischen Patentnomenklatur entsprechend mit vorangestelltem DE zitiert/angegeben; führende Nullen werden jedoch stets weggelassen.

³ Zur Vita von Föttinger siehe die von Dipl.-Ing. Achim Leutz ("al") zusammengestellten Daten und Materialien unter <http://www.hermann-foettinger.de>; dort auch ausgiebige weiterführende Literatur.– An dieser Stelle sei Herrn Leutz für die große Hilfsbereitschaft gedankt, mit der er meine Fragen zu Föttinger beantwortete, mir Materialien zur Verfügung stellte und so wesentlich zur Vervollständigung dieser kleinen Zusammenstellung beitrug. Herr Leutz bemühte sich bereits während seiner aktiven Zeit am Hermann Föttinger-Institut um die Bewahrung dessen, was an "Föttingeriana" erhalten geblieben war, widmete Föttinger am 17.2.2006 (siehe unter http://www.hermann-foettinger.de/ueber_foettinger/Hermann_Foettinger.pdf) seine Abschiedsveranstaltung als Akademischer Oberrat und ist auch nach seiner Versetzung in den Ruhestand am 30.3.2006 weiterhin rege darum bemüht, das Andenken und die Erinnerung an Hermann Föttinger hochzuhalten.

integrieren. Derartige Integrale sind charakteristisch für Potential- und Stromfunktionen, aus denen man dann u. a. die für die Hydrodynamik so wichtigen Stromlinien und Strömungsgeschwindigkeiten ableiten kann. Aus der Notwendigkeit der Bestimmung insbesondere dieser Geschwindigkeiten ergibt sich übrigens auch die von Föttinger gewählte Namensgebung für seine Instrumente: denn die Strömungsgeschwindigkeit ist ein Vektor, dessen Komponenten bestimmt werden müssen (es ist allerdings, wie man sehen wird, *nicht* so zu verstehen, daß Föttingers Instrumente diese Komponenten simultan bestimmen, also in *einem* Arbeitsgang den gesamten Vektor liefern würden).

In einigen für die Anwendung wichtigen Fällen gelingt es, das – mit den zur Verfügung stehenden Methoden allerdings nahezu unangreifbare – "räumliche" Problem durch Idealisierungen, Spezialisierungen, Symmetrien und/oder Betrachtung eines Körperquerschnitts auf ein – immer noch schwieriges – "ebenes" Problem zu reduzieren, wobei die Kontur dann zu einer ebenen Kurve γ wird, ein Punkt der üblicherweise geschlossenen (oder andernfalls künstlich zu schließenden) Konturkurve also z. B. unter Verwendung der Bogenlänge s als Kurvenparameter eindeutig durch $\gamma(s)$ bestimmt ist. Meist ist es auch so – und in der Regel sowohl für die analytische als auch für die rechnerische Behandlung günstiger –, daß die Elementarquellstärke dQ in Form einer Quelldichte q ("Quellstärke pro Längeneinheit") vorliegt, also z. B. (und wieder auf den Kurvenparameter Bogenlänge bezogen) $dQ = q(s) ds = q ds$ ist; das Ergebnis der Integration wäre dann $\psi = \oint d\psi = \oint K dQ = \oint K q ds$. Damit steht unter dem Integral nun aber ein Produkt $K \cdot q$, und deshalb fallen die allgemeinsten der entsprechenden Föttingerschen Instrumente – oder, wie er sie zu nennen bevorzugte: Maschinen – in den Bereich der mechanischen *Produktplanimeter*, also Instrumenten, die aus zwei in der Regel graphisch gegebenen Funktionen das Integral über deren (punktweise gebildetes) Produkt herstellen. Sie gehören eher zu einem Randgebiet der Mechanischen Integration, in dem es ohnehin niemals viele kommerziell hergestellte Geräte gab, und auch Föttingers Maschinen blieben meist Prototypen oder Einzelstücke; der Grund hierfür ist aber vornehmlich darin zu suchen, daß der Aufwand für die Herstellung, aber auch bei der Bedienung, verhältnismäßig hoch war, und daß zudem – und auch darin sind Föttingers Instrumente in gewissem Sinn typisch – ihre Anwendung trotz aller angestrebten Universalität auf spezielle Problemklassen beschränkt blieb, die ihre Herkunft aus der Hydrodynamik nicht verleugnen konnten.

Die geometrischen Beziehungen zwischen den Größen bzw. den zugehörigen Infinitesimalien, welche die Lage bzw. die Lageveränderung eines beliebigen Punkts der Kontur γ relativ zum Aufpunkt $P = P(X, Y)$ beschreiben, für den das Integral berechnet werden soll, ergeben sich aus den folgenden Skizzen – einmal für den Sonderfall eines parallel zur x -Achse verlaufenden Konturenstücks, das andere Mal für einen allgemeinen Verlauf gezeichnet:



Geometrische Beziehungen zwischen Aufpunkt P und Kontur (Föttinger 1928, 31, Abb. 8 und 9)

Man entnimmt der Skizze für zur x-Achse parallele Konturstücke (Abb. 8)

$$-dr = \cos \theta dx \quad \text{und} \quad r d\theta = \sin \theta dx$$

bzw. für Konturstücke in allgemeiner Lage (Abb. 9; beide aus Föttinger 1928, 31)

$$-dr = \cos \theta dx + \sin \theta dy \quad \text{und} \quad r d\theta = \sin \theta dx - \cos \theta dy,$$

ferner die Entsprechungen für ein zur y-Achse paralleles Konturstück:

$$-dr = \sin \theta dy \quad \text{und} \quad r d\theta = -\cos \theta dy$$

(letztere Formeln, abgesehen vom Vorzeichen, sind so explizit nur in Föttinger 1925, 7 zu finden). Man beachte, daß Föttinger – ganz im Stil der Zeit – von vornherein *vermeidet*, eine Parametrisierung der Kurve auf Bogenlänge *tatsächlich* vorzunehmen, so daß s und ds nicht explizit benutzt werden. Typische Ausdrücke für die Ortsfunktion bei Zugrundeliegen eines durch *physikalische* Gesetze bestimmten Vektorfeldes lauten etwa $K(\theta) = \theta$, $K(\theta) = \sin \theta$, $K(\theta) = \cos \theta$ oder $K(r) = 1/r^2$, $K(r) = 1/r$, $K(r) = \ln r$, aber auch $K(r, \theta) = \frac{1}{r} \sin \theta$, $K(r, \theta) = \frac{1}{r} \cos \theta$ usw.; von irgendwelchen multiplikativen (oder physikalischen) Konstanten sei hier abgesehen. Die Quellstärke oder –intensität Q , zu jener Zeit gerne mit I oder J bezeichnet (was ich der besseren Übereinstimmung halber gelegentlich beibehalten werde), wird – siehe oben – nicht als Funktion der Bogenlänge der Kontur, sondern als Funktion der Konturabszisse x verstanden, $J = J(x)$; daß dies zu jener Zeit eher eine Frage des mathematischen Stils als mangelnder mathematischer Präzision ist, dürfte bekannt sein.

Die Hauptvariable ist daher in der Darstellung bei Föttinger zunächst meist x ; von ihr hängen y und – nach Fixierung der Koordinaten X, Y des Aufpunkts P – dann auch r und θ ab (ohne Beschränkung der Allgemeinheit läßt sich das Problem übrigens meist so reformulieren, daß P der Ursprung eines cartesischen Koordinatensystems ist, wodurch r und θ dann zu Koordinaten des zum x, y -Systems assoziierten Polarkoordinatensystems werden – was die Formeln natürlich vereinfacht). Jedoch muß gleich erwähnt werden, daß sich mit den oben aufgeführten geometrischen Beziehungen zwischen x , y , r und θ sowie ihren Infinitesimalien ja entsprechende Variablentransformationen verbinden, die ebenfalls zur Vereinfachung der Integrale ausgenutzt werden dürfen (Beispiele dafür wird man unten sehen), wobei diese dann nicht mehr x als Integrationsvariable besitzen; meist wird es stattdessen auf die Integrationsvariable θ hinauslaufen. Abstrahiert man schließlich noch von der ursprünglichen physikalischen Problemstellung, so könnten K und q (oder Q) natürlich weitgehend beliebige Gesetzmäßigkeiten sein, insbesondere also auch solche, die lediglich empirisch ermittelt wurden und/oder nur graphisch dargestellt vorliegen.

Die zum damaligen Zeitpunkt einer analytischen Formulierung zugänglichen Probleme führen unter anderem auf folgende Integrale (Ψ Stromfunktion, Φ Potentialfunktion, c_x bzw. c_y die x - bzw. y -Komponente der Strömungsgeschwindigkeit)

- bei ausgewählten räumlichen Problemen (die Integrationsgrenzen bzw. die Angabe einer Konturkurve sind unterdrückt, Proportionalitätsfaktoren nur allgemein als C angegeben):

$$\Psi = C \int q \cos \theta ds, \quad \Phi = C \int q \frac{1}{r} ds, \quad c_x = C \int q \frac{\cos \theta}{r^2} ds, \quad c_y = C \int q \frac{\sin \theta}{r^2} ds.$$

- bei ausgewählten ebenen Problemen:

$$\Psi = C \int q \theta \, ds, \quad \Phi = C \int q \ln r \, ds, \quad c_x = C \int q \frac{\cos \theta}{r} \, ds, \quad c_y = C \int q \frac{\sin \theta}{r} \, ds.$$

Publikationen. Neben der wohl eher von nur wenigen Fachleuten gelesenen Patentschrift DE 426198 stellte Föttinger seine Vektorintegratoren in den beiden Publikationen Föttinger 1924 (bzw. Föttinger 1925; dies ist jedoch nur ein eigens paginierter Separatdruck von Föttinger 1924) und Föttinger 1928 vor, die ihrerseits schriftliche Ausarbeitungen zu entsprechenden Vorträgen Föttingers in Delft (26. April 1924, auf dem *International Congress for Applied Mechanics*) und Bad Kissingen (22. September 1927, auf dem *Deutschen Physiker- und Mathematikertag*) darstellen. Es ist nicht immer sofort ersichtlich oder ganz leicht, die verschiedenen Formen z. B. durch (teils von Föttinger selbst nahegelegte, meist aber im Nachhinein zugeteilte) nachgestellte Versionsbezeichnungen auseinanderzuhalten – einerseits, weil auch diese Bezeichnungen bei Föttinger selbst nicht immer konsistent eingeführt oder benutzt werden, andererseits, weil die Sekundärliteratur ebenfalls nicht immer differenziert mit den Föttingerschen Maschinen umging und oftmals lax mit der Angabe des berechneten Integrals verfuhr (z. B. "lässige" Beschreibungen der im Integranden auftauchenden Größen und ihrer Bedeutung, zeitgemäß nonchalanter Umgang mit der Integrationsvariablen). Eine mehr oder weniger triviale Erklärung hierfür ließe sich darin sehen, daß vermutlich – mit einer Ausnahme – von jedem der Föttingerschen Vektorintegratoren nur Einzelstücke bzw. Prototypen existierten und – mit der gleichen Ausnahme, nämlich dem Universalintegrator 2b, s. u. – heute keinerlei *photographische* Belege bzw. Identifikationsmöglichkeiten mehr zur Verfügung zu stehen scheinen.

Versions-Bezeichnungen. Die Bezeichnung der im Nachfolgenden vorgestellten verschiedenen Vektorintegratoren als Versionen 1, 1a, 2 und 3 findet sich vermutlich erstmals bei Meyer zur Capellen 1941, 188 (identisch dann auch in Meyer zur Capellen ³1949, 216); die hier darüber hinaus vorgenommene Unterteilung der verschiedenen Universalintegratoren in die Versionen 1, 2a und 2b ist meine "Erfindung". Die Identifizierung des Vektorintegrators 3 mit dem Universalintegrator 1 verknüpft diese beiden Arten von Föttingerschen Integratoren zu einer einzigen Reihe.

Beginn der Arbeit an den Vektorintegratoren. Es muß um das Jahr 1922 herum gewesen sein, daß Föttinger mangels kommerziell verfügbarer Geräte ernsthaft an eine eigene, instrumentelle/maschinelle Lösung der ihn beschäftigenden und oben skizzierten Integrationsprobleme dachte; jedenfalls verwies er selbst in Föttinger 1928 mehrmals auf das Jahr 1922 als den Beginn der konkreten Arbeiten an den ersten seiner Vektorintegratoren. Angesichts der Tatsache, daß er Ende April 1924 in Delft über erste Ergebnisse vortrug und Anfang Mai 1924 sein "Vektorintegrator" betiteltes, umfassendes Patent einreichte, erhält diese Zeitangabe eine hohe Plausibilität und Glaubwürdigkeit.

Patentrecherche. Selbst in Patentangelegenheiten erfahren (wie man an der eingangs erwähnten Zahl seiner Patente sieht), machte Föttinger in Sachen Vektorintegrator eine Art Patentrecherche. Davon legen zwei noch erhaltene, handschriftliche (leider undatierte) Blätter Zeugnis ab, auf denen er sich Patentnummer, Inhaber, Jahr des Gültigkeitsbeginns sowie vor

allem natürlich inhaltliche Angaben notierte.⁴ Ein kleiner Blick in diese "Werkstatt" mag hier durchaus von Interesse sein; ich folge dabei der Föttingerschen Ordnung, die ihrerseits die Patente in aufsteigender numerischer Folge, d. h. also das älteste zuerst, aufführt. Die beiden ersten und – mit Einschränkungen – auch noch das dritte der insgesamt neun so erfaßten Patente werden von Föttinger ausführlich und mit eigenen Prinzipskizzen resümiert, die verbleibenden sechs nur noch cursorisch.

1. **Christel Hamann, DE 88223.**⁵ Das Patent, gültig ab 11. Juni 1895, ausgegeben am 10. September 1896, beinhaltet in erster Linie die Anwendung eines sogenannten "gleichschenkligen Schubkurbelgetriebes" auf die Steuerung einer Meßrolle und illustriert dies an sechs Beispielen, wovon es sich mit Ausnahme des ersten bei allen um Anwendungen in Planimetern handelt. (NB: Hamann beansprucht für sich bzw. das Patent natürlich nicht die Erfindung des längst bekannten Schubkurbelgetriebes, für das er sogar eine einschlägige Literaturstelle zitiert, sondern eben die erwähnte *Anwendung* bei der Meßrollensteuerung.) Einige Varianten dieser Planimeter wurden ab 1895 bei der Mechanischen Werkstatt von Eckert & Hamann in Berlin-Friedenau – in vermutlich nur kleiner Stückzahl – kommerziell gefertigt und angeboten⁶ (mir ist allerdings derzeit kein "überlebendes" Exemplar bekannt). Föttinger wird dieses Prinzip mit einer kleinen, aber entscheidenden Modifikation zu einer zusätzlichen (gleichsam immateriellen) Geradföhrung eines Fahrstifts umgestalten und es so in seinem Universalintegrator 2b einsetzen.
2. **Benno Rölf, DE 93575.** Das Patent, gültig ab 6. Dezember 1896, ausgegeben am 18. August 1897, dreht sich um "Integratoren mit stufenweiser Integration". Darunter sind bei Rölf vornehmlich Linear(roll)planimeter mit Kugel/Zylinder-Integriermechanismus zu verstehen, die durch Hintereinanderschalten mehrerer dieser Integriergetriebe zu sogenannten Linearpotenzplanimetern oder Momentenplanimetern ausgebaut werden (also Instrumenten, die bei graphisch gegebenem $y = f(x)$ nicht über $f(x)$, sondern über $f(x)^n$ integrieren; typisch sind die Werte $n = 2, 3$ und gelegentlich 4, die z. B. bei der Berechnung von statischen Momenten, Trägheitsmomenten und weiteren Momenten höherer Ordnung auftreten). So treibt etwa der Meßzylinder eines ersten Kugel/Zylinder-Integriermechanismus die Kugel(kalotte) eines zweiten Kugel/Zylinder-Integriermechanismus an usw. Dies ist nur *eine* beispielhafte Ausführung unter mehreren, die Rölf betrachtet; er hebt übrigens ausdrücklich hervor, daß die Anordnung auch zur Herstellung von (erst später so genannten) Linearpotenz*integr*imetern föhren kann, "welche den Verlauf der Integration beim Befahren einer Curve in jedem Moment abzulesen gestatten" (DE 93575, S. 4, ohne Zeilenzählung). Das Verfahren hat meiner Kenntnis nach keine kommerzielle Umsetzung in handelsüblichen Instrumenten erfahren, wohl nicht zuletzt deshalb, weil die zum Antrieb benötigten Kräfte bei mehrfacher (z. B. mehr als 2- oder 3-facher) Hintereinanderschaltung rasch sehr groß werden bzw. andernfalls, wenn diese Kräfte nicht gewährleistet sind, die Sicherheit der Messung bald

⁴ Herrn Leutz sei an dieser Stelle für die Überlassung von Kopien dieser beiden Blätter gedankt.

⁵ Bei Föttinger versehentlich als DE 82223 verschrieben. Dank an Frau Eva Reineke, Bibliothek des Deutschen Museums, München, für ihre von Erfolg gekrönte Mühe, die richtige Patentnummer ausfindig zu machen.

⁶ Vgl. insbesondere Hammer 1896, wo auch (S. 365) Verkaufspreise genannt werden; Neuendorff 1898, sowie den eigentlich vor Neuendorffs Beitrag erscheinen sollenden Artikel Hamann 1899.

beeinträchtigt wird (die Rülfschen Einlassungen darüber, warum dies von ihm als unproblematisch angesehen wird, sind nicht besonders überzeugend). Im Universalintegrator 2a wird Föttinger einen Scheibe/Rad-Mechanismus zum Antrieb eines Trommel/Rad-Mechanismus verwenden; die Inspiration hierzu könnte daher durchaus aus dem Rülfschen Patent gekommen sein.

3. **Siemens & Halske, DE 214195.** Das Patent, gültig ab 16. September 1908, ausgegeben am 11. Oktober 1909, beschreibt ein Linearplanimeter zur Auswertung von Diagrammen, deren Ordinaten nicht senkrecht zur Abszissen- oder x-Achse verlaufende Geraden mit gleichmäßiger Teilung sind, sondern z. B. bogenförmig (per Aufzeichnung durch einen sich um ein Zentrum drehenden Schreibstift o. ä.) oder irgendwie anders "veränderlich" verlaufen, insbesondere in y-Richtung eine weitgehende beliebige, ungleichmäßige (insbesondere also nichtlineare) Teilung aufweisen. Zwei entsprechend geformte Führungskurven (Kulissen) für den Planimeterarm – eine am Fahrstiftende, die andere am Gelenkpunkt, in der Nähe der Leitgeraden – sorgen hier dafür, daß diese nichtlineare Gesetzmäßigkeit berücksichtigt wird. Es ist nicht zu erkennen, daß Föttinger hiervon Gebrauch machte oder sich davon inspirieren ließ.
4. **Johannes Schnöckel, DE 238499.** Das Patent, gültig ab 1. November 1910, ausgegeben am 26. September 1911, beschreibt Schnöckels sogenanntes "Optisches Planimeter". Ohne in die Details einzusteigen, handelt es sich dabei um eine allerdings in mehrfacher Hinsicht modifizierte Ausführung des Stangen- oder Beilschneidenplanimeters nach Prytz (eines extrem einfachen, aber mit durchaus anspruchsvoller Theorie versehenen Planimeters), die neben dem Flächeninhalt auch zur Bestimmung von höheren Momenten geeignet ist – was sicherlich Föttingers Interesse hervorrief. Das Schnöckelsche Instrument ist, in vermutlich nur klein gebliebenen Stückzahlen, auch kommerziell hergestellt worden. Eine Verwendung dieses letztlich stets Näherungsinstrument bleibenden Geräts oder der ihm zugrundeliegenden Ideen durch Föttinger ist aber nicht zu erkennen.
5. **Ernst W. Blochmann und Hermann Naatz, DE 300454.** Das Patent für eine "Integrier-Vorrichtung", gültig ab 18. Juli 1916, ausgegeben am 11. September 1917, beschreibt den später so genannten *Integranden* nach Naatz-Blochmann – ein Instrument zur raschen, jedoch nur genäherten graphischen Herstellung einer Integralkurve. Das Gerät wurde von den beiden Erfindern auch in der einschlägigen Literatur vorgestellt.⁷ Es scheint auch in kleiner Stückzahl hergestellt worden zu sein; mir ist aber derzeit kein heute noch existierendes Exemplar bekannt (die Sammlung des Mathematischen Instituts der Universität Göttingen besaß unter den Inv.-Nrn. 560,1 und 560,2 offenbar zwei Exemplare des Integranden. Diese Instrumente fehlen lt. Angabe in den Inv.-Karten beide – seit einem nicht mehr bekannten Zeitpunkt – und konnten auch bei einem Besuch Anfang April 2006 nicht mehr aufgefunden werden). Für Föttingers Ansätze ist das Patent von Blochmann und Naatz jedoch ohne Belang.
6. **Firma H. Liese, DE 315482.** Das Patent, gültig ab 20. Februar 1918, ausgegeben am 6. November 1919, beschreibt eine Vorrichtung zum mechanischen Addieren zweier

⁷ Naatz-Blochmann: Das zeichnerische Integrieren mit dem Integranden.– München und Berlin 1921 [Göttinger Literaturverweise L III 19, 20]

Strecken mittels Uhrwerk und Schneckenrad. Das Problem der kontinuierlichen Addition der Ergebnisse zweier Integrale bzw. Integranden taucht einmal kurz bei Föttinger auf und wurde von ihm auch auf eine ebenso ungewöhnliche wie trickreiche Art gelöst (wie Föttinger 1924 bzw. Föttinger 1925 zeigen); anschließend verabschiedete er sich jedoch wieder von der mathematischen Idee, die zu der Notwendigkeit dieser Addition geführt hatte. Eine Verwendung von Ideen aus dem Liese-Patent ist bei Föttinger nicht erkennbar.

7. **(Firma[?]) Schmidt & Wagner, DE 317227.** Das Patent, gültig ab 25. Oktober 1918, ausgegeben am 15. Dezember 1919, und zeitlich beschränkt auf die längste Dauer des Patents DE 300454, ist ein von dritter Seite (dem Hersteller?) angemeldetes Zusatzpatent zum Integranden von Blochmann und Naatz (s. o. 5.). Es ist nicht zu erkennen, daß Föttinger hiervon Gebrauch machte, zumal schon das Blochmann-Naatz-Patent für ihn ohne Bedeutung war.
8. **Hans Schwanhäuser, DE 350451.** Das Patent, gültig ab 10. September 1920, ausgegeben am 21. März 1922, beschreibt eine "Vorrichtung zur Umwandlung von Längenausdehnungen in graphische Logarithmen und zur Summation dieser zwecks Ausführung von Multiplikationen".⁸ Föttinger hatte sicherlich deswegen an dem Patent Interesse, weil er bei einigen seiner Integrale darauf angewiesen war, aus einem Abstand r den Wert von $\ln r$ zu gewinnen und mit diesem weiterzuoperieren. Föttinger merkte zu diesem Patent an: "Mit sehr komplizierter Leitkurve" – eine Bemerkung, der man nach Einsichtnahme in das Patent nur aus vollem Herzen zustimmen kann – und entschied sich beim Vektorintegrator 1a für die Verwendung einer materiell ausgeführten logarithmischen Spirale mit der einfachen Gleichung (in Polarkoordinaten) $\ln r = \varphi$.
9. **Fritz Neuroth, DE 382932.** Das Patent für ein "Planimeter", gültig ab 3. Februar 1922, ausgegeben am 8. Oktober 1923, beschreibt u. a. ein Instrument, das sowohl als registrierendes (schreibendes) Meßinstrument als auch als Linearplanimeter zur Auswertung der registrierten Diagramme verwendet werden kann, indem gelegentlich ein Schreibstift mit dem Fahrstift kombiniert wird (oder umgekehrt). Imgrunde wird hier – und das macht dieses Patent zu einem guten Beispiel für die fortgesetzte Fragwürdigkeit der Patentvergabep Praxis insbesondere (aber nicht nur) bei mathematischen Instrumenten – das längst bekannte einfache Linearplanimeter (und auch das Indikatorlinearplanimeter) nochmals für patentfähig erklärt. Die einzige "Innovation", die für mich in diesem Patent erkennbar ist, besteht darin, daß in einigen Beispielen das Planimetergelenk ortsfest ist, während dann natürlich das zu messende Diagramm unter dem Planimeter hindurchbewegt werden muß. Dies geschieht manchmal sogar unter der Annahme konstanter Transportgeschwindigkeit (Uhrwerkmechanismus für Registrierstreifen), was dann für ein paar mehr oder minder triviale Erleichterungen bei der Ergebnisablesung ausgenutzt werden kann. Es ist nicht ersichtlich, daß Föttinger hiervon Gebrauch machte, aber auch nicht so ganz, warum er dieses Patent mit dem abschließenden Vermerk "NB! Vorsicht!" versah – höchstens, weil er erkannte, daß damit eigentlich so gut wie jedes einfache Linearplanimeter bereits durch Neuroths Patent geschützt war.

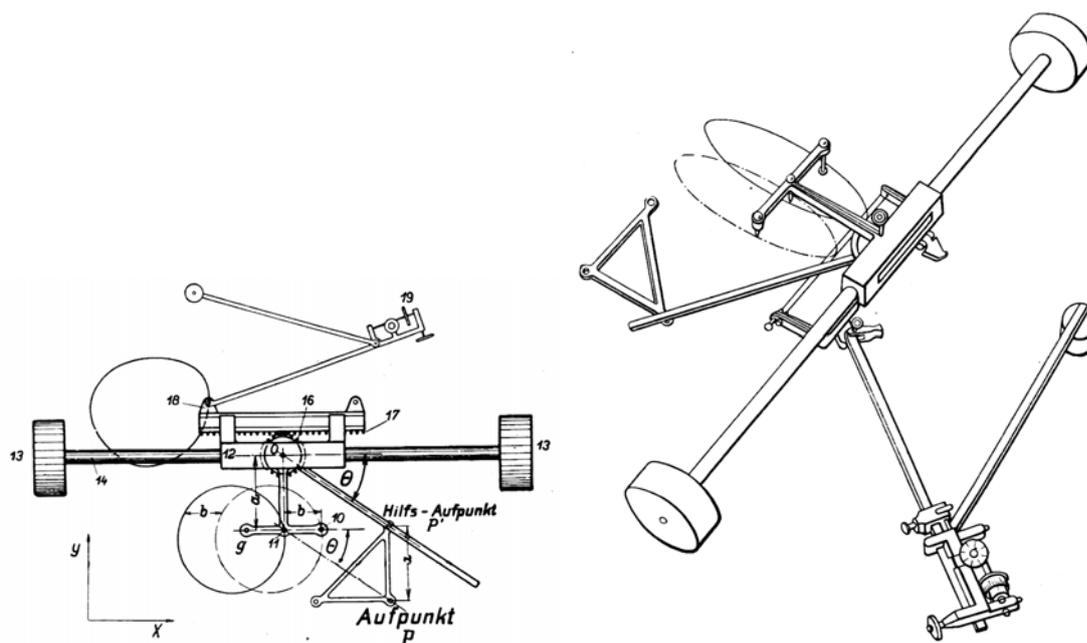
Nach diesen vorbereitenden Schritten sah sich Föttinger in der Lage, an die (seinerseits patentfähige) Verwirklichung seiner eigenen Vorstellungen zu gehen:

⁸ Priorität beansprucht aufgrund der Schweizer Patentanmeldung am 11. September 1919.

Der Vektorintegrator 1, 1922-1923. Föttingers "Erstlingsversuch" (Föttinger 1925, 7)⁹ oder "Erstlingsmaschine [...], 1922-1923 entworfen und gebaut" (Föttinger 1928, 33) geht von einer Fragestellung aus, die – aus den hier nicht weiter auszuführenden physikalischen Gründen – auf eine Ortsfunktion $K(\theta) = \theta$ und eine zur y-Ordinate der Kontur proportionale Quellstärke $J = J(y) = k \cdot y$ hinausläuft. Hieraus gewinnt man mit $dJ = k dy$ dann sofort $k d\psi = k \theta dy$. Dies legt nahe, y als Integrationsvariable zu wählen und daher auch θ als Funktion von y zu betrachten. (Hier liegt eine der oben erwähnten Variablensubstitutionen vor: denn die y-Koordinate der Kontur ist ja eigentlich – mindestens stückweise – eine Funktion $y(x)$ von x, so daß die örtliche Elementarquellstärke durch $J(x) dx = k y(x) dx$ gegeben ist, und der Integrand dann $J \theta dx$ lautet, insbesondere also über ein Produkt erstreckt wird. Die Vereinfachung, die sich durch die Variablentransformation ergibt, beseitigt das Produkt, liefert daher einen wesentlich einfacheren Integranden und ist allein schon aus diesem Grund vorzuziehen.) Das Integral

$$\psi = \oint \theta(y) dy = \oint \theta dy$$

wird "schematisch" bzw. "nach einer Ausführung" (gemeint ist ein entsprechend der Schemazeichnung *konkret ausgeführter* Integrator: Föttinger 1928, 33) von folgendem Instrument gelöst, das sogar – weil das auszuwertende Integral hier eine besonders einfache Form annimmt – von einem normalen Planimeter Gebrauch machen kann:



Vektorintegrator 1; links "schematisch", rechts "nach einer Ausführung" (aus Föttinger 1928, 33, Abb. 11 und 12; ganz ähnlich im Patent, Abb. 3 und 3a, sowie in Föttinger 1925, 8-9, Abb. 4 und 5)

Funktionsbeschreibung. Der auf der zur x-Achse parallelen Walzenachse 14 gleitende Wagen 12 besitzt in seinem Zentrum O ein Zahnrad 16, das seinerseits mit einer Zahnstange 17 kämmt. Das Zahnrad wird bei einer Bewegung des Fahrstifts 11 längs der Kontur durch die über den festen Hilfs-Aufpunkt P' gleitende Führungsstange gedreht. Das (ortsfeste,

⁹ Ich zitiere hier nicht unmittelbar aus Föttinger 1924, sondern der Bequemlichkeit halber aus dem mir vorliegenden Sonderdruck Föttinger 1925, dementsprechend aber daher auch in der von Föttinger 1924 *abweichenden Paginierung* dieses Sonderdrucks.

materielle) Dreieck, dessen Katheten zu den Koordinatenachsen parallel liegen und das den Aufpunkt P und den Hilfs-Aufpunkt P' festlegt, sorgt wegen der darin verwirklichten Instrumentenkonstante $P'P = OI1 = a$ dafür, daß OP' und die eigentliche Aufpunkttrichtung (von I1 nach P) parallel sind, also der richtige Winkel θ auch in O anliegt (Parallelogramm-Mechanismus). Dieser Winkel θ wird durch Zahnrad und Zahnstange in eine geradlinige Verschiebung $c\theta$ des Punktes 18 der Zahnstange relativ zum Wagen verwandelt (von einer Ruhelage bei $\theta = 0$ aus gezählt, in der der Punkt 18 den senkrechten Abstand $-d$ von der Achse O-11 einnimmt), wobei noch c der Radius des Zahnrades ist. Diese Verschiebung wirkt also in der x-Richtung.

Bei der vollständigen Umfahrung einer geschlossenen Kontur γ mit dem Fahrstift 11 beschreibt O eine dazu kongruente Figur, die trivialerweise durch Parallelverschiebung um a in y-Richtung aus γ entsteht; sind die allgemeinen Koordinaten eines Konturpunkts ξ und η , also $\gamma = (\xi, \eta)$, so hat O die Koordinaten $(\xi, \eta + a)$. Sei ferner e (nicht eigens eingezeichnet) der senkrechte Abstand des Punktes 18 zur Walzenachse 14, so hat dieser Punkt 18 die gegenüber O um e erhöhte y-Koordinate $\eta + a + e$, und wegen der durch θ bewirkten zusätzlichen Relativbewegung der Zahnstange die x-Koordinate $\xi - d + c\theta$. Ein in den Punkt 18 mit seinem Fahrstift eingehängtes Planimeter würde also den Flächeninhalt einer durch $(x, y) = (\xi - d + c\theta, \eta + a + e)$ beschriebenen, ebenfalls geschlossenen Kontur γ^* messen (sie wird nicht gezeichnet, sondern nur von Punkt 18 "durchlaufen"). Da der Flächeninhalt geschlossener Kurven insbesondere gegenüber Translationen invariant ist, kann man auf das Mitschleppen der konstanten Translationsgrößen a , d und e verzichten und muß nur $(x, y) = (\xi + c\theta, \eta)$ betrachten; dies führt unmittelbar auf

$$F(\gamma^*) = \int_{\gamma^*} x \, dy = \oint (\xi + c\theta) \, d\eta = \int_{\gamma} x \, dy + c \oint \theta \, d\eta = F(\gamma) + c \psi,$$

und "[d]as gesuchte Integral $[\psi]$ ergibt sich daher, bis auf einen Maassstabfaktor $[c]$, gleich $F(\gamma^*) - F(\gamma)$, also durch Abzug der konstanten Konturfläche $F(\gamma)$ " (Föttinger 1925, 8; Bezeichnungen angepaßt).¹⁰

Der Vektorintegrator 1 bewerkstelligt die eigentliche Integration durch ein normales Planimeter; die spezielle Form, die das gesuchte Integral durch die Verwendung von y als Integrationsvariable erhalten hat, läßt diesen Vektorintegrator noch nicht als echtes Produktplanimeter erscheinen. Dies wird auch schon dadurch deutlich, daß nur ein einziger Fahrstift vorhanden ist.

Der Vektorintegrator 1a, um 1923. Die Bestimmung der Potentialfunktion bei einem gewissen ebenen Problem mit konstanter Quelldichte (dem sogenannten "geraden Quellfaden") bzw. die Bestimmung einer vergleichbaren Stromfunktion (beim sogenannten "geraden Wirbelfaden") führte Föttinger auf das Integral

$$\Phi = C \oint \ln r \, ds.$$

¹⁰ Wen diese Vorgehensweise z. B. an Yule und seinen Harmonischen Analysator erinnert, der liegt nicht falsch. Es ist aber nicht anzunehmen, daß Föttinger sich alle seine Ideen von dritter Seite geholt hat; sie zeichnen sich durch eigenständige Originalität aus, selbst wenn Föttinger, wie gleich der nächste Vektorintegrator 1a nochmals zeigen wird, dabei ab und zu frühere Ideen nach- oder neu schöpft.

Da dieses Integral nur längs einer zur x-Achse parallelen Strecke erstreckt wird (nämlich längs der erwähnten "geraden Fäden"), ist in diesem Fall $ds = dx$, und mit diesem dx steht das Integral auch gleich so bei Föttinger 1925, 9-10 bzw. Föttinger 1928, 34; die konstante Queldichte erscheint – eben wegen ihrer Konstanz – nicht unter dem Integral, sondern ist Bestandteil des hier weggelassenen Proportionalitätsfaktors.

Das Integral erfordert also das Einbringen der "logarithmischen Ortsfunktion" $\ln r$ in das Instrument, insbesondere also einen Teilmechanismus, der aus r die Größe $\ln r$ herstellt. Föttinger entschied sich für die Verwendung einer speziellen "Logarithmischen Spirale", bei der $\ln r$ als Winkel anfällt (denn Föttingers logarithmische Spirale hat in r, φ -Polarkoordinaten die Gleichung $\ln r = \varphi$), und bewerkstelligte das mit folgender Konstruktion:

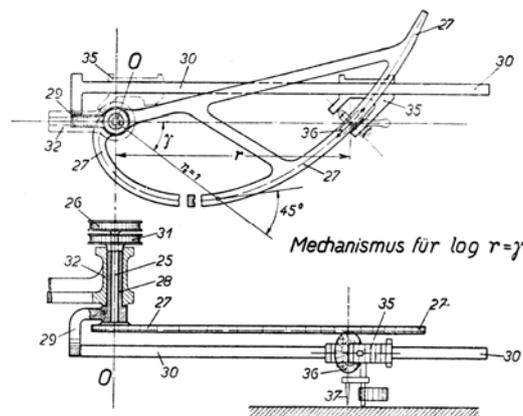


Abb. 6. Mechanismus für $\ln r = \gamma$ mit drehbarem logarithmischem Kurvensegment.

Teil des Vektorintegrators 1a zur Einführung von $\ln r$ als Winkel (aus Föttinger 1925, 10, Abb. 6; ganz ähnlich im Patent, Abb. 6a; nurmehr kurz und ohne Abbildung erwähnt in Föttinger 1928, 34)

Es ist offensichtlich, daß der Ersatz der θ -Führungsstange des Vektorintegrators 1 durch diesen $\ln r$ generierenden Mechanismus tatsächlich das gewünschte Integral liefert, weil in O jetzt (statt θ) der $\ln r$ repräsentierende Winkel (in Föttingers Skizze als γ bezeichnet) anliegt, sonst aber alles unverändert bleibt.¹¹ Föttinger betrachtete dieses Instrument – bzw. genauer: diesen Teilmechanismus – lediglich als "Erweiterung" (Föttinger 1928, 34) seines Vektorintegrators 1, was die bei Meyer zur Capellen zu findende Versionsbezeichnung als Vektorintegrator 1a wohl rechtfertigt. Föttinger selbst hatte übrigens die Vorstellung, daß man in einem nächsten Schritt den Vektorintegrator 1 so umgestalten sollte, daß nur die Mechanismen für die Generierung der Winkel θ bzw. $\varphi = \ln r$ wahlweise ausgetauscht werden bräuchten (Föttinger 1925, 10). Wie dem auch sei: weder dieses (wohl Idee gebliebene) Kombinationsinstrument noch der Vektorintegrator 1a für sich können – aus den gleichen Gründen wie schon der Vektorintegrator 1 – als Produktplanimeter angesprochen werden.

Der Vektorintegrator 2, 1924. Ein weiteres, sehr spezielles und vereinfachtes hydrodynamisches Szenario führt auf eine Stromfunktion ψ , deren Element $d\psi$ sich im wesentlichen aus dem Produkt der Ortsfunktion $\cos \theta$ und der örtlichen elementaren

¹¹ Nicht verzichtet sei jedoch auf den Hinweis, daß dieser Mechanismus die Umkehrung des schon 1886 von Abdank-Abakanowicz beschriebenen "Spirographen" (siehe Abdank-Abakanowicz 1886 und 1889) darstellt, der zur Erzeugung logarithmischer Spiralen mit der Gleichung $\ln r = k \varphi + C$ (in r, φ -Polarkoordinaten) diene. Föttinger kehrt das Vorgehen sozusagen um und benutzt eine spezielle logarithmische Spirale (nämlich mit $k = 1$ und $C = 0$), um aus r den Wert $\ln r = \varphi$ (bei ihm in der Abbildung mit γ bezeichnet) zu gewinnen.

Quellstärke $J(x) dx$ ergibt. Die Quelldichte $J(x)$ sei wieder durch eine Funktion $y(x)$ gegeben, so daß der Integrand die Form $y \cos \theta dx$ annimmt. Die weiter oben angegebenen geometrischen Beziehungen gestatten die Umformung $\cos \theta dx = -dr$, so daß letztlich

$$\psi = C \oint y \cos \theta dx = -C \oint y dr$$

in dieser einfacheren Form zur Berechnung ansteht. Das Föttingersche Instrument zur Lösung dieser Aufgabe ist der sogenannte Vektorintegrator 2. Ein Exemplar wurde "1924 in Danzig aus Privatmitteln gebaut" (Föttinger 1928, 34). Der hier so ausdrücklich erwähnte Einsatz privater Mittel ist vermutlich auf die damals prekäre finanzielle Situation der Technischen Hochschule Danzig zurückzuführen,¹² eine indirekte Folge dessen, daß Danzig am 15. November 1920 in Vollzug des Versailler Vertrags zum zweiten Mal in seiner Geschichte – und gegen seinen Willen – "Freie Stadt" wurde und damit auch finanziell nahezu auf sich selbst gestellt war.

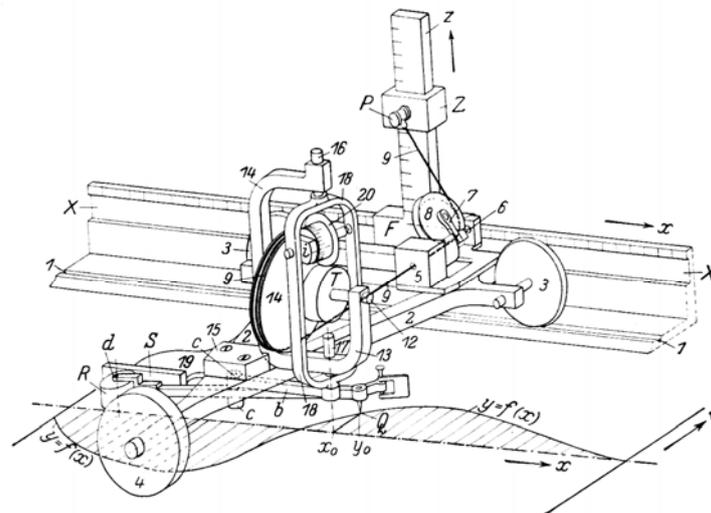


Abb. 13. Vektorintegrator für Rotationskörper

Vektorintegrator 2 (aus Föttinger 1928, 34)

Dieses Instrument findet sich noch nicht im Patent beschrieben und wurde offensichtlich auch nicht zum Delfter Kongreß 1924 vorgestellt, da es in Föttinger 1924 (bzw. Föttinger 1925) nicht erwähnt oder gar beschrieben wird. Hingegen wurde die konkrete Maschine 1927 in Bad Kissingen gezeigt und konsequenterweise in der Druckfassung des dort gehaltenen Vortrags, also in Föttinger 1928, erwähnt, beschrieben und mit der obigen Abbildung illustriert.– Auf die Funktionsweise sei hier nicht weiter eingegangen, da auch Föttinger selbst diesem Instrument lediglich dann einen Platz einräumte, wenn es ihm um die Darstellung der Entwicklungsgeschichte seiner Instrumente ging. Es soll hier nur angemerkt werden, daß zwar die ursprüngliche Form des Integranden ein Produkt ist, dieses aber einmal mehr durch die vorgenommene Variablentransformation in ein Integral über eine einzelne Funktion verwandelt werden kann; daher bleibt – wie schon bei den beiden Vorgänger-Instrumenten – festzuhalten, daß auch mit dem Vektorintegrator 2 immer noch kein echtes Produktplanimeter vorliegt.

¹² Freundlicher Hinweis von Herrn Leutz.

Der Vektorintegrator 3 = Der Universalintegrator 1, 1922/24. Das Strömungs- oder das Geschwindigkeitsfeld eines beliebigen (unendlich langen) Zylinders, in dessen Inneren eine *konstante* Wirbelstärke existiert, kann o. B. d. A. an einem ebenen Schnitt durch den Zylinder – senkrecht zu seiner Achsenrichtung – betrachtet werden. Das so entstandene "ebene Problem" führt daher auf die Bestimmung eines (nun entsprechend zweidimensionalen) Geschwindigkeitsvektors, dessen Komponenten sich – einmal mehr von Proportionalitätsfaktoren abgesehen – aus den Integralen

$$\int \cos \theta \, dr \quad \text{und} \quad \int \sin \theta \, dr$$

ergeben. Nach Föttingers eigener Aussage wurde der nachfolgend skizzierte und von ihm selbst als "Erste Universalmaschine" bezeichnete Integrator zur Bestimmung dieser Integrale bereits 1922 entworfen (Föttinger 1928, 36); dies bestätigt sich dadurch, daß er auch schon im 1924 eingereichten Patent beschrieben wird. Etwas später ist dann in Föttinger 1925, 12 zu lesen: "Die skizzierte Maschine ist nach meiner Werkstattzeichnung im Bau" (das beschreibt also den Zeitpunkt Frühjahr 1924), doch die Arbeiten daran wurden zurückgestellt, "[n]achdem sich eine prinzipielle, natürlich weniger einfache Lösung auch hierfür gefunden hatte" (ibid.; gemeint ist zu diesem Zeitpunkt der Universalintegrator 2a, s. anschließend). Daher entschied sich Föttinger für die Ausführung der "vielseitiger verwendbaren" Maschine, und stellte das hier zu betrachtende Instrument zunächst zurück:

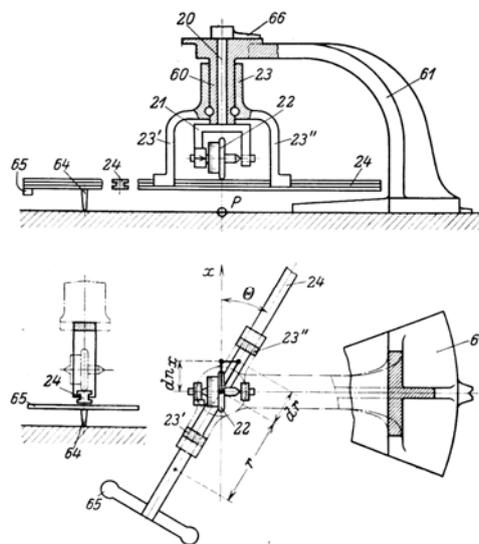


Abb. 17. Erste Universalmaschine (1922)

Vektorintegrator 3 oder Universalintegrator 1 (aus Föttinger 1928, 36, Abb. 17; ganz ähnlich im Patent, Abb. 4a bis 4c, sowie in Föttinger 1925, 11, Abb. 7)

Ob die Arbeiten an dieser "sehr einfache[n] und vielseitig verwendbare[n] Maschine" (Föttinger 1925, 11) wiederaufgenommen oder gar beendet wurden, ist nicht sicher. Denn auch im Bad Kissinger Vortrag von 1927 wurde diese Maschine zwar nochmals beschrieben (und daher auch in der Druckfassung Föttinger 1928, 36-37), aber – anders als der Vektorintegrator 1, der Vektorintegrator 2 und der Universalintegrator 2b – *nicht* als konkretes Instrument vorgeführt.¹³ Zu seiner Fertigstellung hätte es andererseits sicher keiner großer Anstrengungen bedurft, und angesichts der Einfachheit des Instruments wäre es

¹³ Vgl. Föttinger 1928, 33, Fußnote 5, für die Aufzählung der vorgeführten Maschinen.

zumindest für Vorführungen gut einsetzbar gewesen; dies wiederum kann es wahrscheinlich machen, daß doch irgendwann die Fertigstellung erfolgt ist. Da aber dem Vernehmen nach keiner der Föttingerschen Original-Integratoren mehr existiert und auch keine Quellen vorzuliegen scheinen, die das eine oder andere plausibel machen würden, kann und muß diese (zugegeben: durchaus marginale) Frage hier offen bleiben. Ein letztes Mal soll aber festgehalten werden, daß die spezielle Form der Integranden auch hier noch nicht die Möglichkeit gibt, von einem echten Produktplanimeter zu sprechen. Doch das ändert sich mit den nun folgenden Geräten:

Der Universalintegrator 2a, 1922/24. Er spiegelt den Stand der Föttingerschen Ideen für einen möglichst universell einsetzbaren Integrator bis (vermutlich) zum Jahr 1924 wider. Während aber der Vektorintegrator 3 bzw. Universalintegrator 1 von einem allgemeinen Zylinder mit im Inneren *konstanter* Wirbelstärke ausging, sollte der Universalintegrator 2a "für beliebige Quell- und Wirbelverteilungen längs beliebiger Konturkurven" (Föttinger 1925, 12) einsetzbar sein. Das bedeutet konkret, daß die im vorigen Absatz noch als konstant angenommene Quellstärke bzw. -dichte (die dort aus diesem Grund *im* Integral nicht auftauchte) nun als *Quelldichtenkurve* für jeden Punkt der Kontur gegeben sein und dann aber auch *in* das Integral gezogen werden muß.

Anders und etwas allgemeiner beschrieben (vgl. die nachfolgende Abbildung): Gegeben sei eine Kontur $z = g(x)$, ein Aufpunkt P sowie eine Quelldichtenkurve $y = f(x)$. Der Maschine wird weiterhin – wie bei allen bisherigen Vektorintegratoren auch schon – die Aufgabe übertragen, aus der relativen Lage eines allgemeinen Konturpunkts zum Aufpunkt die gewünschte Ortsfunktion $h(x)$ zu bilden, z. B. $h(x) = \theta$, $h(x) = \cos \theta$, $h(x) = \ln r$ usw., und dann das Integral $\int f(x) h(x) dx$ längs der Kontur zu berechnen. (Die Kontur $g(x)$ geht also, um das nochmals zu unterstreichen, erst *nach* der Wahl des Aufpunkts sowie der Ortsfunktion in $h(x)$ ein. Deshalb erscheint unter dem Integral nicht $g(x)$, sondern $h(x)$. Diese nur "indirekte" Einbringung von $g(x)$ ist der konkreten physikalischen Problemstellung geschuldet, die für Föttinger natürlich weiterhin im Vordergrund stand.) Für die spezielle Ortsfunktion $h(x) = \theta$ kam Föttinger auf folgendes Instrument, das auch so schon im Patent angemeldet wurde:

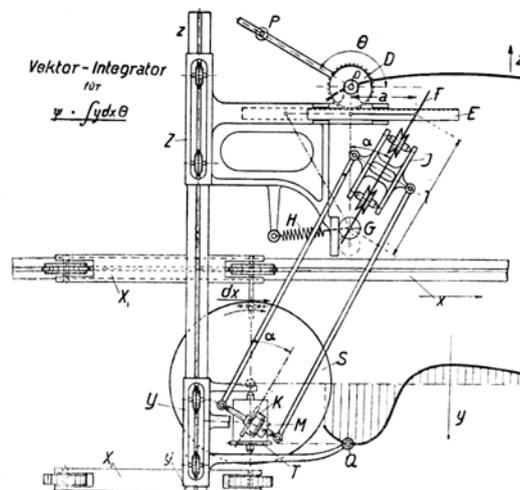


Abb. 8. Vektor-Integrator zur Ermittlung der Stromfunktionen ψ bzw. Potentiale φ beliebiger Quell- bzw. Wirbelverteilungen $y = f(x)$ längs beliebiger Konturkurven $z = g(x)$.

Universalintegrator 2a (aus Föttinger 1925, 12, Abb. 8; ganz ähnlich im Patent, Abb. 5)

Beschreibung. Man erkennt sehr schön die drei zentralen Bestandteile, die im Gerät eine zweckmäßige Verbindung eingehen, um das gestellte Problem zu lösen: a) ein sogenannter Gonnella-(Integrier-)Mechanismus Scheibe/Rad, hier durch die Scheibe S und das Rad T realisiert, wobei an letzterem noch eine koaxiale Trommel angebracht ist; b) der schon im Vektorintegrator 1 verwendete Mechanismus {P,O,D,E} zum Abgreifen der Aufpunktrichtung θ und ihrer Verwandlung in eine lineare Auslenkung $c\theta$ in x-Richtung, wodurch wiederum ein Auslenkwinkel α der Geraden GF aus ihrer (gestrichelt erkennbaren) Ruherichtung GO für $\theta = 0$ entsteht und zusätzlich zu beachten ist, daß die mit l bezeichnete Länge *fixiert* ist; und schließlich c) ein z. B. aus den Coradi-Integraphen oder auch sonst bekanntes Gelenkparallelogramm zur Übertragung der Richtung α auf die Meßrolle K, die ihrerseits auf der zum Rad T koaxialen Trommel des Gonnella-Mechanismus aufliegt und durch deren Drehung angetrieben wird. (Man erinnere sich in diesem Zusammenhang an die "hintereinandergeschalteten" Integriermechanismen des von Föttinger konsultierten Patents DE 93575 von Rülff; s. o. Vorarbeiten, 2.)

Funktionsweise. Aus diesem Zusammenspiel ergibt sich auch leicht die Funktionsweise: Der unter a) beschriebene Gonnella-Mechanismus wird (wie bei einem klassischen Orthogonalplanimeter) vom Fahrstift Q gesteuert, so daß seine Rad- und damit auch die Trommeldrehung dw proportional zu $y dx = f(x) dx$ ist, also $dw = k y dx$. Der unter b) beschriebene Mechanismus {P,O,D,E} verwandelt den beim weiteren Fahrstift O entstehenden Winkel θ (der in diesem Fall also gleich mit der speziellen Ortsfunktion $h(x) = \theta$ übereinstimmt) in die Strecke $a = c\theta$; der Winkel α , der dabei im Gerät entsteht, ist charakterisiert durch $\sin \alpha = a/l = c\theta/l$. Das unter c) beschriebene Gelenkparallelogramm richtet auch die auf der Trommel aufliegende Meßrolle mit dem Winkel α aus, so daß die Meßrolle von der Trommeldrehung dw nur die Teildrehung $\sin \alpha dw$ aufnimmt, die Meßrollendrehung insgesamt also das Integral

$$\int \sin \alpha dw = \int \frac{c\theta}{l} k y dx = C \int \theta y dx = C \int h(x) f(x) dx$$

(mit $C = ck/l$) liefert. Damit ist bis auf eine multiplikative Konstante (oder einen "Maßstabsfaktor", wie Föttinger immer gerne formulierte) das gewünschte Integral ermittelt.

Dieses Instrument ist ein echtes Produktplanimeter, wie schon die Existenz von *zwei* unabhängigen Fahrstiften (O und Q) zeigt. Dem Problem, daß dafür eigentlich zwei Personen zur Bedienung erforderlich wären, begegnete Föttinger mit dem Hinweis, daß die "flachere" der beiden Kurven $f(x)$ und $g(x)$ als Pappschablone ausgeführt werden möge, deren Nachfahren bzw. besser Abtasten dann natürlich ohne Hinschauen und daher simultan zur Befahrung der anderen Kurve durch nur eine Person geschehen kann – ein naheliegender Vorschlag, der später in etwas abgewandelter Form von Laurila aufgegriffen und bei den Stieltjes-Planimetern der Firma Ott angewendet wurde.

Auf eine gewisse Schwachstelle des Instruments muß jedoch hingewiesen werden (vgl. auch die Bemerkungen, die schon weiter oben zum Patent von Rülff gemacht wurden: s. o. Vorarbeiten, 2.): Die das Ergebnis registrierende Meßrolle erhält ihre Drehung durch die Vermittlung des Zylinders, der dem (Meß-)Rad des Gonnella-Mechanismus koaxial ist, das seinerseits von der Gonnella-Scheibe angetrieben wird. Es sind also hier zwei Meßrollen "hintereinandergeschaltet", was aufgrund der nur geringen Kräfte, die im Spiel sind, zu einer

gewissen Anfälligkeit des Gesamtmechanismus geführt haben dürfte. Dies wird Föttinger nicht verborgen geblieben sein – und war vermutlich einer der Anlässe zur Weiterentwicklung des Instruments, das in der nächsten Version eine solche Hintereinanderschaltung nicht mehr aufwies.

Der Universalintegrator 2b, gebaut 1927. Der 1924 mit dem Universalintegrator 2a erreichte Stand ließ Föttinger wohl aus mehreren Gründen nicht ruhen; einer davon wurde gerade erwähnt. Ferner hatte Föttinger einen Teil der angestrebten Universalität durch die spezielle Festlegung der Ortsfunktion auf $h(x) = \theta$ wieder preisgegeben; in der Terminologie der Strömungslehre mit Queldichten oder -intensitäten J und Ortsfunktionen θ , $\sin \theta$, $\cos \theta$... löste der Universalintegrator 2a "nur" die Aufgabe $\int J \theta dx$, nicht aber z. B. die ebenfalls "vielfach auftretenden"¹⁴ Aufgaben $\int J \sin \theta d\theta$ oder $\int J \cos \theta d\theta$. Ganz verabschieden von den durch die konkrete Problemstellung "diktierten" Formen des Integranden, also dem Produkt "Elementarquellstärke mal Ortsfunktion", wollte Föttinger sich jedoch immer noch nicht – und so kam es zu der "neue[n] Universalmaschine" (Föttinger 1928, 37), die 1927 gebaut und noch im selben Jahr in Bad Kissingen vorgestellt wurde.

Nach der nun schon anhand mehrerer Beispiele illustrierten Vorgehensweise Föttingers wird der Blick auf die beiden folgenden Schemata (Föttinger 1928, 37, Abb. 18 und 19) auch schon fast die Funktionsweise erkennen lassen:

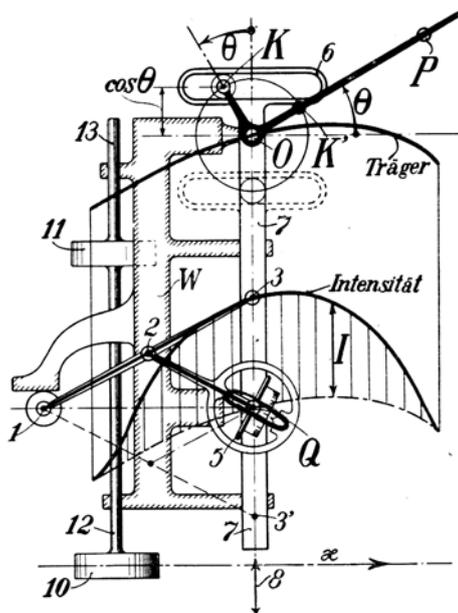


Abb. 18. Neuer Universalvektorintegrator (1927)
(erstes Schema)

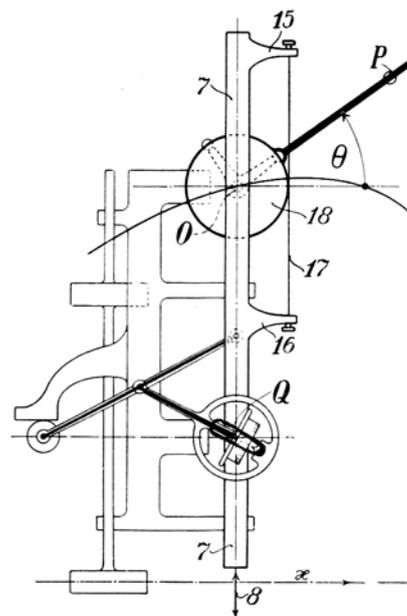


Abb. 19. Neuer Universalvektorintegrator
(zweites Schema)

Universalintegrator 2b (aus Föttinger 1928, 37, Abb. 18 und 19). Zur in beiden Abbildungen um 90° falsch eingezeichneten Meßrolle (5 in Abb. 18, unbezeichnet in Abb. 19) siehe im Text.

Universalintegrator 2b vs. Universalintegrator 2a. Die Verwandtschaft des Universalintegrators 2b mit dem Universalintegrator 2a ist zwar unverkennbar, aber es gibt natürlich auch einige auffällige Veränderungen. So ist der Gonnella-Mechanismus entfallen und durch einen Mechanismus 123Q (Abb. 18) ersetzt worden, der große Verwandtschaft mit

¹⁴ Föttinger 1928, 37.

dem Hamannschen Schubkurbelgetriebe nach DE 88223 besitzt (s. o. Vorarbeiten, 1.; der Patentschutz hierfür war aber jedenfalls schon abgelaufen). Die Strecken $\overline{12}$, $\overline{23}$ und $\overline{2Q}$ besitzen alle die gleiche Länge l ; daher liegt der Fahrstift 3 immer senkrecht oberhalb Q (dieser elegante zusätzliche Geradföhrungsmechanismus ist Föttingers Modifikation an Hamanns Patent; ein Beweis der Geradföhrung ergibt sich leicht aus dem Satz von Thales für das Dreieck 1Q3 mit dem Thaleskreis um 2). Die räumlich oberhalb Q montierte Meßrolle 5 liegt auf der oben flachen Kulisse 7 auf, die ihrerseits durch den Winkelhebel KOP (Teil einer Kurbelschleife) in der y-Richtung 8 unter der Meßrolle verschoben wird und letztere dadurch – unter Berücksichtigung ihrer jeweiligen Schrägstellung – antreibt. (NB: In *beiden* Zeichnungen ist die Meßrolle falsch eingezeichnet; sie muß um 90° gedreht werden. Föttinger selbst hat diesen Fehler in letzter Minute noch zumindest für die Abbildung 18 durch eine entsprechende Fußnote "behoben" (Föttinger 1928, 38, Fußnote 8), nicht mehr aber in den Zeichnungen. Daß die gleiche Korrektur auch in Abbildung 19 vorzunehmen wäre, ist selbstverständlich – und deshalb wohl von Föttinger nicht eigens erwähnt worden.) Diese Konstruktion vermeidet also insbesondere die weiter oben erwähnte Schwachstelle einer von einer Meßrolle angetriebenen Meßrolle. Betrachtet man dann noch das linke Schema, so erkennt man als weitere Neuerung, daß die Quellstärke jetzt nicht mehr bezüglich der x-Achse aufgetragen ist, sondern bezüglich einer – gestrichelt gezeichneten und in y-Richtung verschobenen – Kopie der Kontur (und letztere wird jetzt von Föttinger im Schema mit dem Namen "Träger" bezeichnet).

Funktionsweise(n). (1) In der in Föttingers Abb. 18 gezeigten Konfiguration verwandelt die vom Winkelhebel KOB bediente Kurbelschleife den Ortswinkel θ in eine Verschiebung der Kulisse proportional zu $-\cos \theta$ gegenüber ihrer Ruhelage bei $\theta = 0$. Eine Änderung von θ um $d\theta$ verschiebt also die Kulisse proportional zu $d(-\cos \theta) = \sin \theta d\theta$. Da der Winkelhebel KOP und der Mechanismus 123Q beide auf dem Wagen W montiert sind, der sich in y-Richtung verschieben läßt, ist der Abstand zwischen O und Q immer gleich; er muß mit dem Abstand der Kontur zu der zu ihr kongruenten Hilfslinie übereinstimmen bzw. umgekehrt: denn da \overline{OQ} eine Instrumentenkonstante ist, muß die Konturkopie sich genau in diesem durch das Instrument vorgegebenen Abstand unterhalb der Kontur befinden. Dann aber liegt, wenn O auf der Kontur liegt, stets auch Q auf der Konturkopie, und da die Quellstärke relativ zu dieser Konturkopie abgetragen ist, kann der Fahrstift 3 die Quellstärke $J = \overline{Q3}$ aufnehmen und die Meßrolle entsprechend um einen Winkel ε aus ihrer Ruhelage drehen (ε ist der Winkel $\angle 31Q$; in der durch $\varepsilon = 0$ charakterisierten Ruhelage fallen Q und 3 zusammen, also ist dann $J = 0$). Wegen $J = 2l \sin \varepsilon$ ist $\sin \varepsilon$ proportional zu J (Linearplanimeter- bzw. genauer: Linearintegrimeterprinzip). Da sich bei einer Bewegung um $d\theta$ die Kulisse unter der Meßrolle um $\sin \theta d\theta$ verschiebt (s. o.), die Meßrolle davon aber nur einen Anteil proportional zu J , also zu $\sin \varepsilon$, aufnehmen soll, sieht man spätestens jetzt, daß die Meßrolle – wie im vorigen Absatz schon angemerkt – um 90° gegenüber der Schemazeichnung zu drehen ist, damit sie wirklich $\sin \varepsilon$ und nicht (wie aus der gezeichneten Montierung folgen würde) $\cos \varepsilon$ aufnimmt. Ist die Meßrolle aber richtig montiert, so erfährt sie insgesamt eine zu $\sin \varepsilon \sin \theta d\theta$ proportionale Drehung; Integration liefert daher (mit passend definierter Konstante C)

$$\psi = C \int \sin \varepsilon \sin \theta d\theta = \int J \sin \theta d\theta.$$

(2) Benutzt man statt des Winkelhebels KOP den Winkelhebel OK'P (ermöglicht durch Umsetzen des Mitnehmerstifts für die Kurbelschleife von K nach K'), so resultiert ein Winkel

θ in einer Kulissenverschiebung proportional zu $\sin \theta$; also bewirkt eine Änderung um $d\theta$ nun eine Verschiebungsänderung proportional zu $d(\sin \theta) = \cos \theta d\theta$. Alles Weitere bleibt unverändert, so daß nun

$$\psi = C \int \sin \varepsilon \cos \theta d\theta = \int J \cos \theta d\theta$$

als Ergebnis an der Meßrolle entsteht.

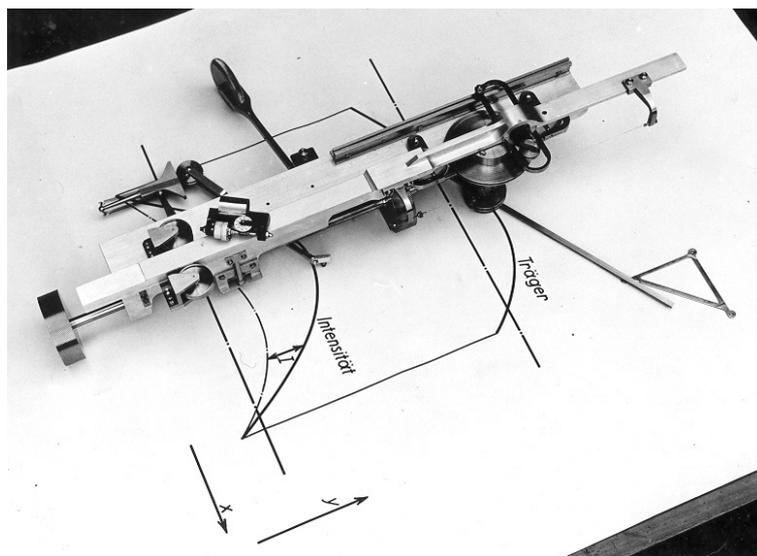
(3) Setzt man schließlich die Kurbelschleife außer Kraft durch Entfernen des Mitnehmerstifts und aktiviert statt dessen (s. o. Föttinger 1928, Abb. 19, also das rechte Schema) das zwischen den Hörnern 15 und 16 liegende Seilrollengetriebe (die Rolle schlingt sich einmal um die Scheibe 18), so wird eine Drehung um $d\theta$ ganz einfach in eine Kulissenverschiebung proportional zu $d\theta$ verwandelt (man könnte stattdessen auch einen zuschaltbaren Zahnrad/Zahnstange-Mechanismus vorsehen, wie er bisher schon zweimal in früheren Vektorintegratoren verwendet wurde und was von Föttinger auch bei seiner Beschreibung *dieses* Universalintegrators als Möglichkeit erwähnt wird). Ab dann bleibt wieder alles unverändert, so daß nun

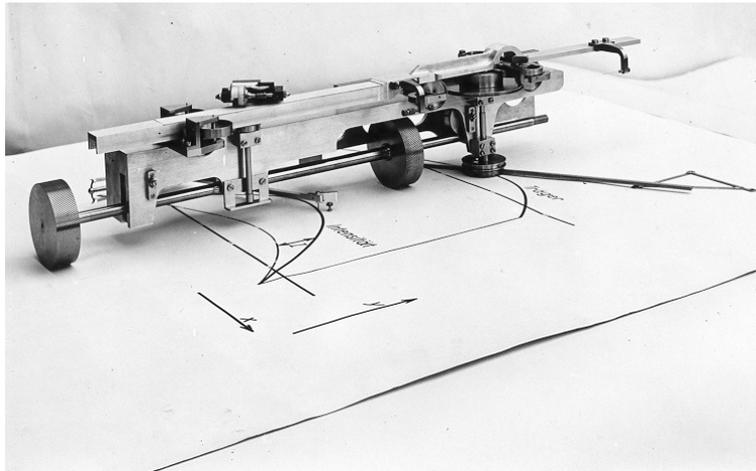
$$\psi = C \int \sin \varepsilon d\theta = \int J d\theta$$

an der Meßrolle erhalten wird.

Durch geringfügige "Umbauten" kann der Universalintegrator 2b also alle drei beschriebenen Integrale ermitteln.

Photos des Föttingerschen Universalintegrators 2b. Im Gegensatz zu den von Föttinger nur als Strich- oder Prinzipzeichnungen publizierten anderen Vektor- und Universalintegratoren (bei Meyer zur Capellen findet sich übrigens keinerlei Abbildung eines der Föttingerschen Instrumente, nur deren Erwähnung) ist die Version 2b des Universalintegrators von Föttinger selbst in Föttinger 1928, 38, Abb. 20 und 21, auch als Photo veröffentlicht worden:





Universalintegrator 2b (Scans von s/w-Abzügen im Besitz des ehem. Hermann Föttinger-Instituts, entsprechend den Vorlagen für Föttinger 1928, 38, Abb. 20 und 21; dort aber professionell retuschiert)

Mindestens ein weiteres, anderes Photo wurde in Willers 1943 (identisch dann auch in Willers 1951) verwendet; es hat den Vorzug, daß es den Universalintegrator 2b in nahezu gleicher "Perspektive" wiedergibt wie die Schemazeichnung (Willers hat in seiner hier ebenfalls wiedergegebenen eigenen Schemazeichnung die Meßrolle natürlich in die richtige Lage gebracht):

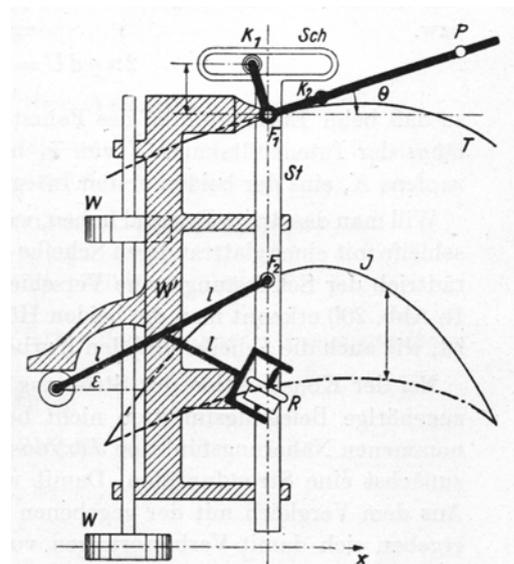
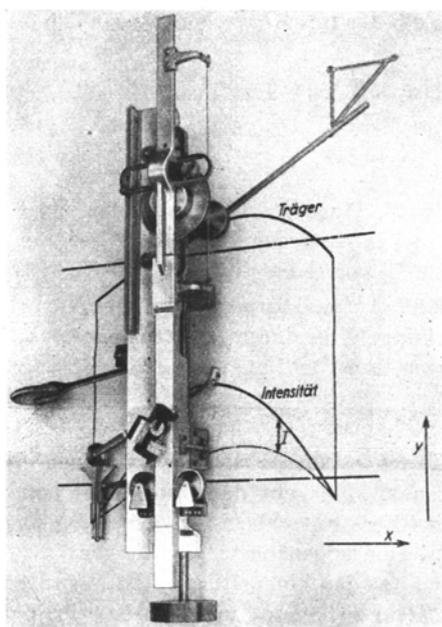


Abb. 201. Schematische Darstellung des Universalintegrators von Föttinger

Links: Universalintegrator 2b aus Willers 1943, 203, Bild 163 (identisch in Willers 1951, 233, Abb. 200);
 Rechts: Schemazeichnung aus Willers 1943, 203, Bild 164 (identisch in Willers 1951, 233, Abb. 201)

Die Nachfolgeeinrichtung von Hermann Föttingers Lehrstuhl an der TH Charlottenburg, das Hermann Föttinger-Institut (so der Name von 1946 bis Ende 2005) der TU Berlin, verfügt, wie schon erwähnt, über keinen der Föttingerschen Vektor- oder Universalintegratoren mehr, also auch nicht über diesen; man wird davon ausgehen müssen, daß sie während oder nach dem Zweiten Weltkrieg verloren gingen oder vernichtet wurden. Aber damit ist die Geschichte noch nicht zu Ende. Natürlich hatte Föttinger ein Interesse daran, für die Fabrikation des einen oder anderen seiner Instrumente einen Hersteller zu finden. Unter

anderem bemühte er sich 1927 sowohl bei Ott in Kempten als auch bei Amsler in Schaffhausen in dieser Richtung; beide lehnten jedoch ab (Brief von Hermann Ott an Alwin Walther, 19. Dezember 1931, S. 3). Doch an der Universität Göttingen machte man sich an die Herstellung einer "Kleinserie"...

Die "Göttinger Version" des Universalintegrators 2b, um 1930. Irgendwann zwischen 1927 bzw. 1928 (der Vorstellung bzw. der Publikation des Universalintegrators 2b) und 1931 muß es in Göttingen zum Bau von mindestens zwei untereinander baugleichen "Vektorintegratoren nach Föttinger" gekommen sein. Diese Bezeichnung ist mit gewisser Sorgfalt gewählt worden; denn "Vektorintegrator" war der zeitgenössische Oberbegriff für alle von Föttinger in diesem Zusammenhang beschriebenen Instrumente, und der Begriff des "Universalintegrators" bzw. der "Universalmaschine" wurde außer von Föttinger kaum verwendet oder aufgenommen. Und "nach Föttinger" soll andeuten, daß die in Göttingen angefertigten Geräte zwar auf einem Prinzip Föttingers beruhen, aber den Charakter einer gewissen, wenngleich nicht fundamentalen Weiterentwicklung des Universalintegrators 2b besitzen. Ob und inwieweit Föttinger selbst daran Anteil hatte, ist (derzeit) offen. Der Bau erfolgte am Göttinger Institut für Strömungsmechanik von Ludwig Prandtl – mehr dazu weiter unten. Man hatte sich in Göttingen entschlossen, noch ein kleines Stückchen potentieller "Universalität" mehr in die Version 2b einzuführen, erkaufte dies aber mit einem in der Regel größeren Aufwand bei der Vorbereitung der Kurven, auf bzw. mit denen der Integrator operierte.

Mögliche Gründe für die Göttinger Modifikationen. Beim Betrachten sowohl der Schemata als auch der Photographien des Universalintegrators 2b fällt auf, daß beide "Fahrstifte" des Instruments irgendwie ungünstig plaziert sind. Das hängt einerseits damit zusammen, daß Föttinger sich – durchaus sinnvoll – vorgenommen hatte, die Kopie der Konturkurve, von der aus die Quellstärken bzw. -dichten abzutragen waren, nur in y-Richtung zu versetzen, so daß sich die beiden Fahrstifte O und Q stets auf einer y-Parallelen befanden. Das hatte aber, wegen der Verwendung der Kurbelschleife, zur Folge, daß die Fahrstifte genau unterhalb der Mittellinie der Kurbelschleifenkulisse lagen, also von letzterer weitgehend verdeckt wurden. Seitliche Beobachtung bzw. Nachführung eines Fahrstifts auf einer Kurve bringt in der Regel aber Parallaxenfehler mit sich, so daß hier ein gewisser Schwachpunkt des Instruments vorlag. Dem überlagerte sich, daß der Winkelhebel sich genau um den oberen "Fahrstift" drehen, dabei aber mit seinem durch den Aufpunkt gehenden Arm auf der Zeichenfläche aufliegen mußte – eine ebenfalls ungünstige Konfiguration, die den oberen Nachfahrpunkt oftmals verdeckte. Daher entschloß man sich, die in Göttingen gebauten Instrumente in zwei Details gegenüber dem Föttingerschen Universalintegrator 2b zu modifizieren: Erstens wurde der Drehpunkt des Winkelhebels vom Konturen-Fahrstift getrennt und etwa in die Mitte des Geräts verlegt; der Preis hierfür war, daß in einem wohldefinierten Abstand – also etwa der halben Distanz von O nach Q – *noch* eine weitere, *zweite* Konturkopie angelegt werden mußte, bezüglich derer jetzt der Aufpunkt festzulegen und daraus die Ortsfunktion zu ermitteln war. Zweitens benutzte man diese Trennung, um den Konturen-Fahrstift an einem Ausleger um rund 10 cm nach links zu versetzen, was jedoch seinerseits erforderlich machte, auch die Konturkurve selbst um genau diesen Betrag nach links zu verschieben, damit beide Fahrstifte jeweils zum gleichen Zeitpunkt der Befahrung die richtige, gleiche x-Koordinate besaßen. So war zwar der Blick auf den Kontur-Fahrstift

ungestört möglich, aber die Konturkurve und ihre beiden Kopien fanden sich nun nicht nur in y-Richtung, sondern auch in x-Richtung zueinander versetzt. Weil die absoluten Größen dieser Versetzung durch das Instrument selbst festgelegt waren, es sich also um Instrumentenkonstanten handelte, erforderte dies eine sorgfältige relative Positionierung von nunmehr *drei* (statt bisher zwei) kongruenten Kurven, bevor man überhaupt ans Arbeiten gehen konnte.

Bedienungsanleitungen. Zu den Göttinger Universalintegratoren gibt es sehr knapp gefaßte maschinenschriftliche, hektographierte Bedienungsanleitungen von ca. $1\frac{2}{3}$ Seiten, die durch handschriftliche Eintragungen (Formeln, Skizzen) individuell ergänzt wurden. Diese Ergänzungen betrafen neben den Formeln in erster Linie die Mitteilung der Instrumentenkonstanten, die für die soeben erwähnte Ausrichtung der Kontur und der beiden kongruenten Hilfskonturen von Bedeutung waren. Einheitlich für beide Instrumente wurde auch eine Skalierungsanweisung für die Auftragung der Quellstärken angegeben: "Wird die Intensität $J = 1$ durch eine Strecke von 4 cm Länge dargestellt, so muß die Anzahl der Umdrehungen der Planimeterrolle mit 2π multipliziert werden". Natürlich waren auch ein paar kleinere Unterschiede in den Abmessungen der sonst baugleichen Instrumente vorhanden:

Standort Ende 1931 ↓	y-Abstand der Hauptkontur zur Aufpunkthilfslinie	y-Abstand der Aufpunkthilfslinie zur Dichtehilfslinie	Zusätzlicher Versatz der Hauptkontur in x-Richtung (links)
Göttingen	193.5 mm	189.0 mm	101.0 mm
Darmstadt	194.0 mm	188.5 mm	99.5 mm

Man sieht, daß erstens die Abweichungen nicht bedeutend sind, und daß zweitens die ursprünglich alleinige Instrumentenkonstante \overline{OQ} (die sich jetzt aus der Addition der beiden y-Abstände ergibt), bei beiden Instrumenten die gleiche ist, nämlich 382.5 mm, und die Abweichung der Teilstreckenlängen voneinander gerade einmal ± 0.5 mm beträgt (die Größe des Versatzes in x-Richtung ist allein der Zweckmäßigkeit unterworfen, doch auch hier beträgt der Unterschied nur 1.5 mm). Man darf also davon ausgehen, daß im wesentlichen Baugleichheit vorgelegen hat. Nun aber zur "Auflösung" der Entstehung der beiden schon für den Zeitpunkt Ende 1931 angedeuteten Standorte Göttingen *und* Darmstadt:

Das Schicksal der beiden Exemplare der "Göttinger Version". Fangen wir mit dem Einfacheren an: *ein* Exemplar befindet sich heute in der Sammlung des Mathematischen Instituts der Universität Göttingen (Inv.-Nr. 405) und ist sogar in einer der schönen, klassischen Vitrinen aus der Bauzeit des Instituts (es wurde im Dezember 1929 bezogen) zur Besichtigung ausgestellt.



Göttinger Version des Universalintegrators 2b, hier: Göttinger Exemplar.
Sammlung des Mathematischen Instituts der Universität Göttingen, Inv.-Nr. 405
(provisorische Aufnahme JF, 2. April 2006)

Das andere Exemplar befand sich spätestens ab 1931, vermutlich aber wohl schon früher, am Institut für Praktische Mathematik (IPM) der Technischen Hochschule Darmstadt, wurde Anfang Dezember 1931 von dort zur Firma Ott nach Kempten gesandt, da ab Mitte Dezember umgebaut (und vor allem in Hinsicht auf Gewicht und Fahrwiderstände "abgespeckt") und vor Weihnachten 1931 wieder nach Darmstadt zurückgeschickt. Kurz danach verliert sich seine Spur; in Darmstadt ist es heute nicht mehr zu finden, und es muß aufgrund der Umstände angenommen werden, daß es – wie viele andere Instrumente, Geräte usw. des IPM bzw. der gesamten TH Darmstadt – zu den Verlusten des Zweiten Weltkriegs zählt. Sozusagen als "ausgleichende Gerechtigkeit" kann man für diese Maschine jedoch ein verhältnismäßig umfangreiches Dossier aus den verstreut erhaltenen Unterlagen des Archivs der Firma Ott kompilieren, und dieses Dossier erlaubt es dann überhaupt erst, den Zusammenhang einigermaßen zu rekonstruieren:

Das Darmstädter Exemplar. Inspiriert von einer Vorlesung Alwin Walthers (1898-1967), in der das Darmstädter Exemplar des Föttingerschen Universalintegrators eventuell vorgeführt, jedenfalls aber beschrieben wurde, machte sich Ludwig Otts (1883-1946) Bruder Hermann (1881-1964) am 7. November 1931 bei einem Besuch in Darmstadt erste Notizen zum Aufbau und zur Funktion des dort befindlichen Instruments.¹⁵ Anscheinend war schon Walther, 1928 aus Göttingen nach Darmstadt gekommen, um dort das IPM aufzubauen, mit diesem

¹⁵ Teils auf den Rückseiten von Übungsblättern des IPM aus dem SS 1931. Die Blätter sind nicht signiert (nur datiert), aber in der charakteristischen Handschrift von Hermann Ott verfaßt.

Instrument nicht ganz zufrieden, und sicherlich wird das auch Hermann Ott nicht gewesen sein, der in der Firma Ott stets ein Auge auf in allen mechanischen Belangen möglichst optimale Konstruktionen hatte. Jedenfalls war *ein* Ergebnis der Besprechungen zwischen Alwin Walther und Hermann Ott, daß der Universalintegrator des IPM "zur Verbesserung" zur Firma Ott nach Kempten geschickt werden sollte. Dies geschah Anfang Dezember 1931; in einem den bereits in der Vorwoche erfolgten Versand des Instruments nochmals kurz resümierenden Brief vom 9. Dezember 1931 (Alwin Walther an Ludwig Ott) findet sich dann auch *en passant* ein erster Aufschluß über die Herkunft des IPM-Universalintegrators: "Wie mit Ihrem Herrn Bruder bei seinem Besuch besprochen, habe ich vergangene Woche den in Göttingen gebauten Apparat nach Föttinger meines Institutes zur Verbesserung an Sie abgehen lassen." Zwei spätere Briefe von Walther an Ludwig bzw. Hermann Ott (vom 5. bzw. 6. Januar 1932) geben über weitere Details Aufschluß: "Uebrigens rührt die jetzige einfache Bauart nicht eigentlich von Föttinger selbst, sondern von Dr.-Ing. Prager in Göttingen (Institut von Prandtl) und dessen Mechaniker Hoffmann her" (5. Januar 1932); von Prager hatte nämlich Walther "den von ihm und Herrn Hoffmann gebauten Apparat für 524.-M gekauft" (6. Januar 1932; über den Zeitpunkt des Kaufs teilt Walther leider nichts mit).

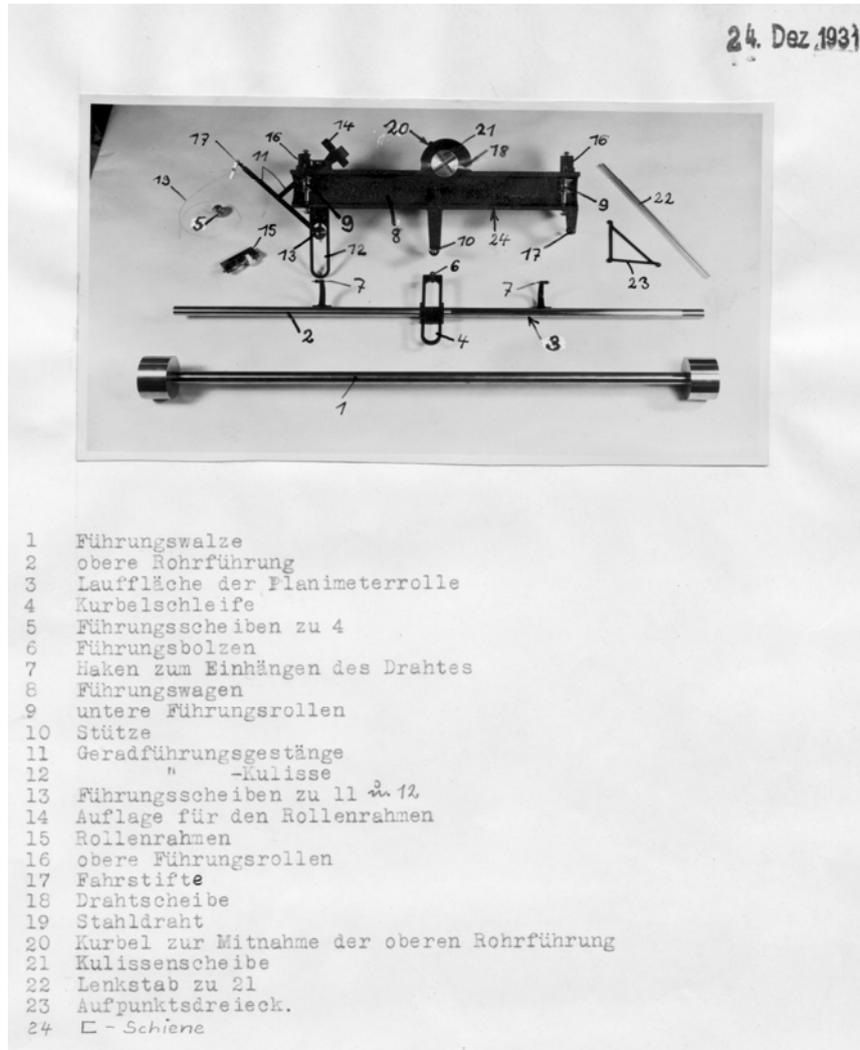
Versuche und Verbesserungen. Jedenfalls beginnen in der Firma Ott ab dem 11. Dezember 1931 überwiegend von Hermann Ott durchgeführte Versuche mit diesem "Vektor-Integrator nach Föttinger" (so die Überschrift über die Protokollnotizen der Versuche), bei denen neben der minutiösen Erfassung aller wichtigen Abmessungen des Instruments die Ergebnisse der üblichen Untersuchungen zur Belastung ausgewählter Geräteteile, zu Fahrwiderständen etc. festgehalten sind.

Unter dem Datum des 15. Dezember 1931 findet sich in dem mir vorliegenden annotierten Exemplar¹⁶ des Föttingerschen Sonderdrucks von 1925 eine Notiz, in der Ludwig Ott die von Föttinger benutzte Meßrollensteuerung mittels Geradlenker kritisierte und sie auf einem eigenen Blatt – zeichnerisch – durch eine andere ersetzte (in den Sonderdruck eingelegetes Transparentpapier, signiert rechts oben "15.12.31. // Dr. O."). Spätestens um diesen 15. Dezember 1931 herum wurde dann mit der angestrebten Verbesserung des Darmstädter Exemplars begonnen, das in etlichen Ausführungsdetails als nicht optimal erachtet und vor allem als viel zu schwer angesehen wurde.

Ein Protokoll vom 16. Dezember 1931 hielt fest, was alles verändert wurde (der von Ludwig Ott kritisierte Geradföhrungsmechanismus wurde allerdings beibehalten, da sein Ersatz wohl zu aufwendig gewesen wäre); ab dem 17. Dezember 1931 wiederholten sich dann die knapp eine Woche vorher durchgeführten Versuche und Messungen, nun aber am verbesserten Instrument. Am 19. Dezember 1931 konnte Hermann Ott in einem drei Seiten umfassenden Brief an Alwin Walther die Ergebnisse resümieren, die seine Verbesserungen am Instrument gebracht hatten; er kündigte die Rücksendung noch vor Weihnachten an. Am 22. Dezember 1931 wurde in einer tabellarischen Übersicht festgehalten, was an relevanten Eigenschaften modifiziert und verbessert worden war, beginnend bei der Reduzierung des Gesamtgewichts von 6.550 kg auf 4.770 kg und endend mit einem von 0.230 kg auf 0.170 kg reduzierten Fahrwiderstand des Geräts (Hermann Otts Schreiben an Walther nennt sogar eine Reduktion

¹⁶ Dieses Exemplar scheint schon anlässlich der 1927 erfolgten Anfrage Föttingers, ob die Firma Ott am Bau seines Universalintegrators interessiert sei (s. o.), zur Firma Ott gelangt zu sein; es trägt einen Eingangsstempel vom 8. September 1927 sowie den in Föttingers Hand geschriebenen Eintrag "Überreicht // vom // Verfasser."

auf nur 0.130 kg). Am 23. Dezember erfolgte "per Expressgut an die Techn. Hochschule Darmstadt" die Rücksendung an das IPM (Hermann Ott an Walther, 23. Dezember 1931). Auf zwei mit dem Datum des 24. Dezember 1931 gestempelten Blättern wurde dokumentarisch festgehalten – anhand von vier natürlich schon zu einem früheren Zeitpunkt aufgenommenen Photographien –, wie das Instrument *vor* den Veränderungen ausgesehen hatte; zum Vergleich wurde auf einem Blatt mit Datumstempel vom 18. Januar 1932 in drei Photos der *neue* Zustand festgehalten.¹⁷



Göttinger Version des Universalintegrators 2b, hier: Darmstädter Exemplar.
 Zustand *vor* Verbesserung, Instrument teilweise zerlegt; Übersicht über die Einzelteile

Zwar haben die bei Ott gemachten Photographien des Darmstädter Exemplars eher dokumentarischen Charakter und waren sicherlich nicht für eine Publikation bestimmt; man erkennt aber beim Vergleich zweifelsfrei, daß das heute noch vorhandene Göttinger Exemplar genau dem Darmstädter Exemplar *vor Änderungen* entspricht.

Epilog. Da das unverändert gebliebene Göttinger Exemplar noch heute zugänglich ist, kann man an ihm die Ott'sche Kritik an der Ausführung des vormals mit dem Göttinger identischen

¹⁷ Diese drei und auch die eingangs erwähnten vier älteren Photographien wurden anscheinend nicht mit einer eigenen Ott-Bildnummer versehen, wie das sonst üblich war.

Darmstädter Exemplars gut und bis ins Detail nachvollziehen. Abgesehen vom Gewicht und einigem anderen war ein weiterer, schon beim bloßen Hinsehen erkennbarer Schwachpunkt die Ausführung der Führungswalzen: denn sie waren breit und glatt (und sind es beim nicht umgebauten Göttinger Exemplar natürlich noch heute). Da die Bewegung des Instruments in x-Richtung exakt geradlinig sein mußte, jedoch ausschließlich von diesen Walzen abhing, kann es nur als klarer Fehler der Göttinger Version betrachtet werden, wenn man durch eine breite und zugleich glatte Auflagefläche die Haftung fahrlässig verringerte und damit die Spurtreue des Instruments grob gefährdete. Die fast 4 cm breiten Walzen wurden daher beim Darmstädter Exemplar durch die Firma Ott auf ca. 3 cm abgemagert, zur weiteren Gewichtersparnis ausgedreht und vor allem ihre Lauffläche leicht aufgeraut ("mattiert"). Und hier, an diesem kleinen Detail, zeigt sich einerseits, daß die Göttinger Version nicht unbedingt mit besten Kenntnissen oder Möglichkeiten der Konstruktion mechanischer Instrumente entworfen und/oder gebaut worden war – und andererseits, daß Föttinger selbst solche Fehler *nicht* unterliefen: denn sieht man sich die Photos der Föttingerschen Originalversion des Universalintegrators 2b an, so erkennt man sofort, daß dessen Walzen schmal (Erhöhung des Drucks im Auflagepunkt und damit der Reibung/Haftung) *und* bereits aufgeraut sind – wie Hermann Ott es für das Darmstädter Exemplar natürlich sofort nachholte. Gleichsam zur späteren Rechtfertigung schrieb Walther in seinem oben bereits zitierten Brief vom 6. Januar 1932 an Hermann Ott: "Dr. Prager erzählte mir bei einem Besuch im Dezember [1931], daß sie in Göttingen keine Einrichtungen gehabt hätten, die Führungswalzen anders als glatt herzustellen und dies deshalb als das geringst mögliche Uebel gewählt hätten."

Die erfolgreich durchgeführten Verbesserungsmaßnahmen am Darmstädter Exemplar bewirkten für den Augenblick auch ein Umdenken bei der Firma Ott, genauer gesagt: bei Hermann Ott. In seinem Brief vom 19. Dezember 1931 an Alwin Walther hatte er auf die früheren Ablehnungen hingewiesen, die Föttinger im Jahr 1927 von Amsler und Ott erfahren hatte, zugleich aber angedeutet, daß er – Hermann Ott – sich jetzt eine kommerzielle Herstellung durchaus vorstellen könne – er bräuchte aber noch etwas Hilfe bei der Markteinschätzung. Von Alwin Walther und dessen Institut erwartete er sich daher Mitteilungen über die Erfahrungen, die am IPM im praktischen Betrieb mit dem verbesserten Exemplar gemacht werden würden; bis dahin solle jedoch Föttinger selbst noch nicht von den vorgenommenen Verbesserungen in Kenntnis gesetzt werden. Was letzteres anging, so stellte Walther am 6. Januar 1932 klar: "Mit Föttinger selbst stehe ich gar nicht in Verbindung und werde deshalb auch nicht an ihn schreiben." Und Prager – so Walther weiter an Hermann Ott – "habe ich nur allgemein erzählt, daß ich den Apparat zu gewissen Verbesserungen an Sie einzuschicken gedächte."

Am 30. Dezember 1931 meldete sich auch Ludwig Ott nochmals in Sachen Universalintegrator zu Wort: "Den Föttinger Universal Vektor Integrator habe ich mir eingehend angesehen. Ich habe mir auch einiges notiert, was meines Erachtens anders gemacht werden könnte, wenn je die Idee auftauchen sollte, solche Apparate zu bauen. Wenn man die Entstehungsgeschichte des Apparates verfolgt kommt man zum Schluß, daß es Föttinger nicht leicht gefallen ist, sich zu der nunmehr erreichten relativen Einfachheit seines Apparates durchzuringen und daß es für einen Fabrikanten einen argen Hereinfall bedeutet hätte, wenn er im Jahre 1926 oder schon früher das Föttinger Patent Nr. 426 198 zur

Ausführung übernommen hätte. Föttinger hat dieses Patent allerdings selbst nur als ideellen Wert erachtet und sich keinen Gewinn davon versprochen."

Walther hatte anscheinend seine Schwierigkeiten mit Föttingers Publikationen: "Während die Veröffentlichungen von Föttinger selbst sehr verwirrt, teilweise geradezu unverständlich sind und überhaupt nicht hervortreten lassen, was der Apparat eigentlich bezweckt und was er leistet, hat Dr. Prager den einfachen Grundgedanken klar herausgestellt: daß gewisse Integrale, die in der Potentialtheorie und anderswo auftreten, ausgewertet werden sollen. Charakteristisch für Föttingers Unklarheit ist ja schon die Bezeichnung 'Vektor-Integrator'. In seinen Veröffentlichungen mischt er allerhand Dinge als zum Apparat gehörig hinein, die mit diesem Apparat überhaupt nichts zu tun haben" (Brief Walther an Ludwig Ott, 5. Januar 1932). Dazu paßt, daß Walther – wie man weiter oben schon gesehen hat – der Ansicht war, daß die "jetzige einfache Bauart" der Göttinger Version auf Prager (und Hoffmann) zurückginge; er stellte dementsprechend auch die Frage (in seinem Brief an Hermann Ott vom 6. Januar 1932): "Warum Dr. Prager die Uebersetzung der Meßrolle in schnelle Drehung verlassen hat, weiß ich nicht; ich vermute ebenso wie Sie, im Interesse einer möglichst einfachen Bauart." In der Tat beklagte Walther sich noch einmal am 2. Februar 1932, erneut gegenüber Hermann Ott, über die Meßrolle: "Der größte verbliebene Nachteil dabei scheint die geringe Rollendrehung zu sein, welche eine hohe Genauigkeit anscheinend nicht zuläßt."

Diese letztere Beobachtung ist sicher richtig. Die Meßrolle des Universalintegrators 2b erhält ihre Drehungen ja lediglich durch die unter ihr gleitende Fläche der Kurbelschleife, und der Anstellwinkel ε der Meßrolle ist durch die Höhe der Intensitätskurve gegeben; beide Größen erreichen im Durchschnitt keine besonders großen Werte. Das von der Rolle integrierte Produkt, z. B. $\sin \varepsilon \sin \theta$, ist daher – selbst unter Berücksichtigung einer hinzutretenden multiplikativen Instrumentenkonstante – absolut gesehen nicht sehr groß, führt also (auch akkumuliert) zu keiner großen Rollendrehung. Aber so richtig diese Anmerkung ist, so falsch ist die Walthersche Vermutung, erst Prager sei, mit dem Ziel der Vereinfachung des Instruments, für den Wegfall des Gonnella-Mechanismus (denn *ihn* meinte Walther mit seiner Formulierung "die Uebersetzung der Meßrolle in schnelle Drehung") verantwortlich: Doch wie zu sehen war, ersetzte schon Föttinger selbst im Jahr 1927 unter anderem den noch im Patent und im Delfter Vortrag von 1924 beschriebenen Gonnella-Mechanismus des Universalintegrators 2a durch den kombinierten Meßrollen- und Geradföhrungsmechanismus des Universalintegrators 2b (und vermied dadurch zugleich das kritische Aufeinandertürmen zweier Meßrollen); gleichzeitig hatte bereits Föttinger selbst für die weiteren Vereinfachungen im Aufbau des Instruments gesorgt. Föttinger 1928 belegt dies ganz klar; entweder hatte Walther dies nicht gesehen, oder überlesen, oder aber schlicht vergessen.

Wie es dazu kam, daß Walther zu dieser Fehleinschätzung gelangte, ist also nicht so recht nachzuvollziehen. Von dem erwähnten Manko der geringen (*zu geringen*?) Meßrollendrehung – und damit Genauigkeit – abgesehen, zeigte er sich jedoch mit der Funktion des durch Ott modifizierten Instruments überwiegend zufrieden: "Gegenwärtig arbeiten 2 Herren damit, welche mir berichten, daß Ihre Verbesserungen außerordentlich viel genützt haben und aus dem Apparat soviel herausholen lassen wie bei der ganzen Grundbauart überhaupt möglich ist", schreibt Walther am 5. Januar 1932 an Ludwig Ott. Und, einen Tag später, mit fast den gleichen Worten an Hermann Ott: "Mit dem Apparat nach Föttinger [...] wird jetzt eifrig gearbeitet. Ich danke Ihnen herzlich für all die Mühe, welche Sie auf die Verbesserung

verwandt haben und welche nach dem Urteil meiner beiden Herren aus dem Apparat das herauszuholen gestattet, was bei der nun einmal vorhandenen Grundbauart von Dr.-Ing. Prager-Göttingen und Mechaniker Hoffmann möglich ist."

Soweit ich es überblicke, kommt der umfangreiche Briefwechsel zwischen den Otts und Alwin Walther danach nicht mehr auf den Universalintegrator zurück, sondern wendet sich in dichter Folge vielfältigen anderen Themen zu. Mit einem internen Vermerk vom 24. August 1932, "3 Aufsätze über den Vektor-Integrator an H[errn] S[iegmond] Ott abgegeben", wurden wohl auch in den Ott-Unterlagen die Akten zum Universalintegrator endgültig geschlossen.

*

Literatur:

Abdank-Abakanowicz 1886:

Abdank-Abakanowicz, Bruno: Les Intégraphes [...].– Paris: Gauthier-Villars 1886

Abdank-Abakanowicz 1889:

Abdank-Abakanowicz, Bruno: Die Integraphen [...]. Deutsch bearbeitet von Emil Bitterli.– Leipzig: Teubner 1889

Föttinger 1924:

Föttinger, Hermann: Ueber Maschinen zur Integration von Wirbel- und Quellfunktionen (Vektor-Integratoren).– In: Proceedings of the International Congress for Applied Mechanics, Delft (Holland), 22th-28th April 1924.– Delft: Waltman 1924, 215-228

Föttinger 1925:

Föttinger, Hermann: Ueber Maschinen zur Integration von Wirbel- und Quellfunktionen (Vektor-Integratoren).– Reprint [d. i. Separatdruck] (neu paginiert von 3 bis 16).– Delft: Waltman 1925

Föttinger 1928:

Föttinger, Hermann: Die Entwicklung der "Vektorintegratoren" zur maschinellen Lösung von Potential- und Wirbelproblemen.– Zeitschrift für technische Physik 9 (1928) 26-39

Hamann 1899:

Hamann, Joh.: Das Koordinatenplanimeter von Ch. Hamann.– Zeitschrift für Vermessungswesen 28 (1899) 464-468

Hammer 1896:

Hammer, E.: Das Hamann'sche Polarplanimeter.– Zeitschrift für Instrumentenkunde 16 (1896) 361-366

Meyer zur Capellen 1941:

Meyer zur Capellen, Walther: Mathematische Instrumente.– Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft 1941 [= Mathematik und ihre Anwendungen in Physik und Technik, Reihe B, Band 1]

Meyer zur Capellen ³1949:

Meyer zur Capellen, Walther: Mathematische Instrumente.– Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft 1949 [3., erweiterte Auflage]

Neuendorff 1898:

Neuendorff, H.: Ueber ein neues Koordinatenplanimeter aus der Werkstatt des Mechanikers Ch. Hamann in Friedenau-Berlin.– Zeitschrift für Vermessungswesen 27 (1898) 553-564

Weinig 1928:

Weinig, F.: Über schnell konvergierende graphische Lösungen von Strömungsproblemen durch Integralgleichungen.– Zeitschrift für technische Physik 9 (1928) 39-43

Willers 1943:

Willers, Friedrich Adolf: Mathematische Instrumente.– München und Berlin: Oldenbourg 1943

Willers 1951:

Willers, Friedrich Adolf: Mathematische Maschinen und Instrumente.– Berlin: Akademie-Verlag 1951 [erweiterte Ausgabe von Willers 1943]

Weitere Quellen: Die zitierten Unterlagen und Briefe/Durchschläge aus dem früheren Archiv der Firma A. Ott, Kempten, befinden sich zur Zeit in meinem Privatbesitz (Dank an die Firma Ott für die großzügige dauerhafte Überlassung). Die angegebenen Föttinger-Archivalien befinden sich im Besitz des ehemaligen Hermann-Föttinger-Instituts der TU Berlin (heute: Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik) und werden

von Dipl.-Ing. Achim Leutz (im Ruhestand) betreut. Die Bedienungsanleitung für das Göttinger Exemplar der Göttinger Version des Universalintegrators 2b befindet sich in einem der Materialienbände zu den Sammlungsbeständen des Mathematischen Instituts der Universität Göttingen; Ansprechpartner dort ist z. Zt. noch Prof. Dr. Samuel Patterson. Deutsche (und andere) Patentschriften sind über www.depatris.net abrufbar.